

การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้ เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

LEARNING IMPLEMENTATION THROUGH MATHEMATISING PROCESS TO ENHANCE OF GRADE 12 STUDENTS' MATHEMATICAL REASONING AND MATHEMATICAL ARGUMENT SKILLS ON APPLICATION OF DERIVATIVE

พงศกร พุดมพัก^{*1}, จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม²

Pongsakon Putfak^{*1}, Chakkrid Klin-eam²

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา สังกัดคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

²สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สังกัดภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

¹Mathematics Education, Faculty of Education, Naresuan University

²Department of Mathematics, Faculty of Science, Naresuan University

*Corresponding author's e-mail: pongsakonpu65@nu.ac.th^{*1}, chakkridk@nu.ac.th²

Received: May 3, 2024

Revised: May 13, 2024

Accepted: May 20, 2024

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางและศึกษาผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 33 คน โรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร ปีการศึกษา 2566 ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน จำนวน 3 วงจร ระยะเวลาทั้งหมด 8 ชั่วโมง และใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบสังเกตพฤติกรรม และแบบทดสอบผลการวิจัย พบว่า 1. แนวทางการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ สิ่งที่ครูควรเน้น ได้แก่ ก่อนการจัดการเรียนรู้ควรเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่มีความชัดเจนทางภาษาและใกล้เคียงกับบริบทชีวิตจริงของนักเรียน ขั้นตอนที่ 1 แนะนำให้นักเรียนระบุนำคำตอบแยกเป็นรายข้อ ขั้นตอนที่ 2 ซึ่งแนะนำให้ให้นักเรียนทดลองสร้างข้อคาดการณ์และให้เหตุผลและใช้คำถามให้นักเรียนเกิดความสงสัยในข้อคาดการณ์ แล้วชี้แนะให้สร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างออกไปและให้เหตุผล

ขั้นตอนที่ 3 แนะนำให้นักเรียนปรับข้อคาดการณ์ของตนเองให้มีความน่าเชื่อถือ ขั้นตอนที่ 4 สนับสนุนให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในขั้นตอนวิธีทำ และขั้นตอนที่ 5 การใช้คำถามให้นักเรียนสรุปว่าข้อคาดการณ์ควรเป็นอย่างไรจึงเหมาะสมกับการหาข้อสรุป 2. ผลการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นทุก ๆ กิจกรรมและการทดสอบ ตามลำดับ

คำสำคัญ: กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์; ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์; ทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์; การประยุกต์ของอนุพันธ์

Abstract

The purposes of this research were to study the methods and results of promoting students' mathematical reasoning and argumentation skills by using the mathematizing process of grade 12 students on the topic of applications of derivatives. The research participants were 33 grade 12 students in Phichit province, academic year 2023. The researcher used a classroom action research model with 3 cycles and a total duration of 8 hours, used content analysis, and examined the data using the triangulation method. Research tools include learning plans, learning reflection forms, activity sheets, behavior observation forms, and tests. The research results found that: 1. Guidelines for promoting students' mathematical reasoning and argumentation skills. In each step of the mathematizing process, teachers should emphasize the following: before organizing learning, they should prepare problem situations that are clear in language and close to the real-life context of students. Step 1: Instruct students to specify their answers individually. Step 2: Instruct students to create predictions and reasons, and use questions to make pupils doubt their predictions. Then guide them to create different predictions and give reasons. Step 3: Instruct students to adjust their predictions to make them reliable. Step 4: Encourage students to exchange opinions on how to make them. Step 5: Use questions to ask students to conclude what the predictions should be. This is appropriate for concluding. 2. Learning results: by using the mathematizing process of students, it was found that students' mathematical reasoning and argumentation skills improved with every activity and test, respectively.

Keywords: mathematising process; mathematical reasoning skill; mathematical argument skill;
application of derivative

ความสำคัญของปัญหาการวิจัย

ผู้วิจัยได้ศึกษาสภาพปัญหาของนักเรียนจากการสังเกตและสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนไม่สามารถ

เชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนจะตัดสินใจใช้วิธีการแก้ปัญหด้วยความรู้สึกส่วนตัวมากกว่าการใช้เหตุผล แสดงให้เห็นถึงการขาดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถทำได้จากการใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ที่อาศัยการจัดระบบโครงสร้างของสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เพื่อนำมาใช้อธิบายสถานการณ์ปัญหา โดยคำนึงถึงความถูกต้องตามหลักโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และความสมเหตุสมผลบนพื้นฐานความเป็นจริง (กิติโรจน์ ปันทรนนทกะ, วิชัย เสวกงาม, และอัมพร ม้าคนอง, 2563) และผู้วิจัยสังเกตเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เลือกถามเพื่อนร่วมชั้นเรียนมากกว่าถามครูผู้สอน เมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหา แต่นักเรียนไม่สามารถหาข้อสรุปจากของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความสามารถในการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่จะนำนักเรียนไปสู่การหาข้อสรุปที่ถูกต้องจากการอภิปรายโต้แย้งร่วมกันในชั้นเรียน ความสามารถที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริม ได้แก่ การให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

Hermawan, Lestari, Rahmawati, & Suwarno (2019) กล่าวว่า การให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ความสามารถนี้สามารถสอนให้กับนักเรียนผ่านการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดเชิงตรรกะและลึกซึ้งผ่านกระบวนการที่เชื่อมโยงองค์ประกอบของปัญหาเพื่อลงข้อสรุป ซึ่งการถ่ายทอดมโนทัศน์ของตนเองให้คนอื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องมีความสัมพันธ์กับการให้เหตุผล การรวบรวมข้อเท็จจริงของปัญหาแล้วเชื่อมโยงความสัมพันธ์เพื่อให้เกิดข้อคาดการณ์ใหม่ด้วยการให้เหตุผลหรือการโต้แย้ง โดยการโต้แย้งจะช่วยให้เห็นนักเรียนแสดงมโนทัศน์ ให้เหตุผลประกอบข้อโต้แย้งต่อข้อคาดการณ์ของคนอื่น ทำให้การแก้ปัญหามีความชัดเจนยิ่งขึ้น ดังนั้นการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จึงมีความเกี่ยวข้องกัน (กาญจนา อรอินทร์, ทรงชัย อักษรคิด, ชนิศรดา เลิศอมรพงษ์, และสกล ตั้งเกาสกุล, 2566) การให้เหตุผลและการโต้แย้งเป็นแง่มุมหนึ่งในหัวข้อความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งเป็นการกำหนดเบื้องต้นสำหรับความเชี่ยวชาญในมโนทัศน์ของแคลคูลัส ดังนั้นการวิจัยนี้จึงเลือกส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในมโนทัศน์ของแคลคูลัส เนื่องจากแคลคูลัสเป็นพื้นฐานของสูตรการคำนวณมากมาย เช่น สูตรการหาความเร็ว ความเร่ง หรือแม้แต่ทฤษฎีการบริโภคของลูกค้า ก็มีการประยุกต์ใช้การอนุพันธ์ในแคลคูลัสเพื่ออธิบายเช่นกัน แคลคูลัสจึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญในการประกอบอาชีพหรือการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น แต่นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจมโนทัศน์ของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันไม่ลึกซึ้งและมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ส่งผลให้ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (สาธินี วารศรี, 2564)

เพื่อให้ นักเรียนสามารถทำความเข้าใจมโนทัศน์การประยุกต์ของอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงเลือกส่งเสริมการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญต่อการทำความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แตกต่างจากงานวิจัยอื่นที่มุ่งเน้นการแก้ปัญหา ซึ่งไม่ได้คำนึงถึงผลกระทบที่จะเกิดขึ้นกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้นั้น โดยการส่งเสริมการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จะทำให้ นักเรียนมีโอกาสตรวจสอบมโนทัศน์ของตัวเองผ่านการโต้แย้งและการให้เหตุผลของเพื่อนร่วมชั้นเรียน ที่จะทำให้นักเรียนได้สังเกตเห็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของตัวเอง จากนั้นจึงปรับปรุงแก้ไขมโนทัศน์เดิมให้ตรงตามมโนทัศน์

ที่ถูกต้องทางคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนที่ไม่มีminatนั้นจะเรียนรู้จากการอธิบายของเพื่อนร่วมชั้นเรียนได้ จากเหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

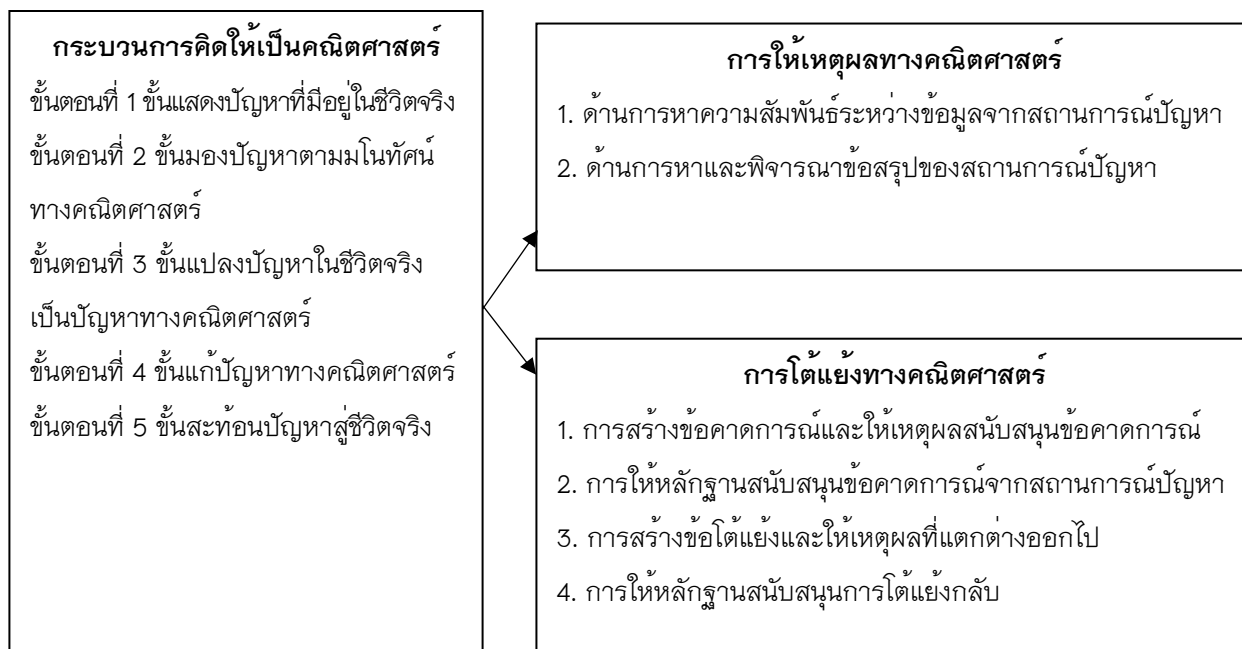
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์
2. เพื่อศึกษาผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

กรอบแนวคิดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้ารายละเอียดต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีผู้ให้ความหมายไว้หลายความหมายซึ่งสรุปได้ว่า กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาผ่านกระบวนการคิด โดยเริ่มต้นจากสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แก่ปัญหานั้นด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ แล้วย้อนกลับไปตอบปัญหาในชีวิตจริง (ชรินทร์ ดั่งธรรม, 2564; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) จากการศึกษาค้นคว้ารายละเอียดต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงมโนทัศน์ วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อนำมาหาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาและยืนยันข้อสรุปอย่างมีเหตุผล (วรุตม์ หล้าปือ, 2565; วารินทร์ จันทวงษ์, 2564) และสรุปได้ว่า การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสนับสนุน คัดค้าน หรือปรับปรุงข้อคาดการณ์ของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง โดยอาศัยหลักฐาน ได้แก่ ทฤษฎี นิยาม หรือข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า ร่วมกับการให้เหตุผล เพื่อเชื่อมข้อคาดการณ์ของข้อมูลและหลักฐานเข้าด้วยกัน (นิรุญชลา ทับพุ่ม, 2564)

จากการศึกษาค้นคว้งานวิจัยต่าง ๆ ที่นำมาศึกษาตามวัตถุประสงค์การวิจัย โดยการศึกษาครั้งนี้ มีกรอบแนวคิดของการวิจัย ประกอบด้วย ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ และตัวแปรตาม ได้แก่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis & McTaggart (2000 อ้างอิงใน สิริธนา กิจเกื้อกูล, 2557, หน้า 149-151) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ใน 1 วงจร ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) โดยมีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 วงจร ตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการมาสะท้อนผล เพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป จนครบ 3 วงจร โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 33 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค30206) เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จำแนกตามวัตถุประสงค์การวิจัย ประกอบด้วย เครื่องมือสำหรับวัตถุประสงค์ข้อที่ 1 ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือสำหรับวัตถุประสงค์ข้อที่ 2 ได้แก่ ใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 8 ชั่วโมง และมีการพัฒนาแผนการจัดการ

เรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) ให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน เมื่อคำนวณค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละรายการ แล้วนำไปเทียบเกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert) โดยผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ผลการประเมิน พบว่า ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ย 4.79 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน .36

แบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นประกอบด้วย ข้อคำถามเกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา การหาและพิจารณาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นองค์ประกอบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รวมถึงข้อคำถามเกี่ยวกับการสร้างข้อคาดการณ์และให้เหตุผลสนับสนุนข้อคาดการณ์ การให้หลักฐานสนับสนุนข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อโต้แย้งและให้เหตุผลที่แตกต่างออกไป และการให้หลักฐานสนับสนุนการโต้แย้งกลับ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ที่มีแนวคำถามให้นักเรียนได้เขียนแสดงปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริงที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ เขียนอธิบายปัญหาตามมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แปลงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมตอบสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริง พิจารณาและประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) โดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item Objective Congruence: IOC) ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่พิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อควรมีค่า IOC ตั้งแต่ .6 ขึ้นไป มาสร้างแบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ พบว่า มีค่า IOC เท่ากับ 1 ทุกข้อ ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ โดยมีตัวอย่างเกณฑ์ทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้ง ดังตาราง 1 และตาราง 2

ตาราง 1 แสดงเกณฑ์ทักษะการให้เหตุผลด้านการหาและพิจารณาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา

ทักษะการให้เหตุผล	ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
ด้านการหาและพิจารณาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา	3	สามารถหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้องโดยมีการอ้างอิงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา และอธิบายเพื่อสนับสนุนข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล
	2	สามารถหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและอธิบายเพื่อสนับสนุนข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่มีการอ้างอิงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา
	1	สามารถหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอ้างอิงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา และอธิบายเพื่อสนับสนุนข้อสรุป
	0	ไม่สามารถหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง

ตาราง 2 แสดงเกณฑ์ทักษะการโต้แย้งด้านการสร้างข้อโต้แย้งและให้เหตุผลที่แตกต่างออกไป

ทักษะการโต้แย้ง	ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
ด้านการสร้างข้อโต้แย้งและให้เหตุผลที่แตกต่างออกไป	3	สามารถสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่าย และให้เหตุผลสนับสนุนข้อคาดการณ์อย่างน้อย 2 เหตุผล
	2	สามารถสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่าย และให้เหตุผลสนับสนุนข้อคาดการณ์เพียง 1 เหตุผล
	1	สามารถสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่าย แต่ไม่สามารถให้เหตุผลสนับสนุนข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา
	0	ไม่สามารถสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่ายได้

วิธีเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามรูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) โดยใช้เครื่องมือในการวิจัย 5 เครื่องมือ ซึ่งดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ จำนวน 3 แผน 3 วงจรปฏิบัติการใช้เวลาทั้งหมด 8 ชั่วโมง ระหว่างทำการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บันทึกวีดิทัศน์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ และนักเรียนเขียนบันทึกลงในใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ เมื่อจบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ ดูปฏิทินและบันทึกผลการจัดการเรียนรู้ ลงแบบสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แล้วเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบ 3 แผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาทั้งหมด 2 ชั่วโมง และนำผลที่ได้จากเครื่องมือทั้งหมดไปวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ทั้ง 2 ข้อ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาแนวทางการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการและจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบ 3 วงจรปฏิบัติการ โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content analysis) โดยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มาจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ โดยรายงานผลในลักษณะการเขียนบรรยายผลการจัดการเรียนรู้ในแต่ละขั้นถึงข้อดี สภาพปัญหา และแนวทางการปรับปรุงแก้ไข เพื่อทำการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ โดยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้า โดยนำแบบสะท้อนการจัดการเรียนรู้ที่ได้มาจากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้มาวิเคราะห์และสรุปการจัดการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากการเปรียบเทียบคะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้จากใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ที่ 1 ถึง 8 และวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มาจากการถอดบทสนทนาจากวีดิทัศน์ที่บันทึกขณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเทียบกับเกณฑ์การจัดระดับที่ผู้วิจัยกำหนดและคำนวณร้อยละของนักเรียนแต่ละระดับ ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนสูงขึ้นตามลำดับของวงจรปฏิบัติการ แสดงว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะดีขึ้นทุก ๆ กิจกรรมและการทดสอบ แล้ววิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อจัดระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์หลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย แบ่งเป็น 2 ตอนตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ พบว่าประเด็นที่ครูผู้สอนควรให้ความสำคัญเมื่อนำแนวทางดังกล่าวไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ก่อนการจัดการเรียนรู้ ครูควรสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีความชัดเจนทางภาษาและใกล้เคียงกับบริบทชีวิตจริงของนักเรียน ในขั้นตอนของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 1 ครูควรแนะนำให้นักเรียนระบุคำตอบเป็นประเด็น แยกเป็นรายข้อ ขั้นตอนที่ 2 ครูควรชี้แนะให้นักเรียนทดลองสร้างข้อคาดการณ์พร้อมให้เหตุผลประกอบและใช้คำถามให้นักเรียนเกิดความสงสัยในข้อคาดการณ์ที่เห็น แล้วชี้แนะให้สร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างออกไปเพื่อแสดงการโต้แย้งและให้เหตุผลประกอบ ขั้นตอนที่ 3 ครูควรแนะนำให้นักเรียนเลือกข้อคาดการณ์ที่ตัวเองเชื่อถือมากที่สุดหรือปรับข้อคาดการณ์ของตนเองให้มีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น ขั้นตอนที่ 4 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่มเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีทำ และขั้นตอนที่ 5 ครูควรใช้คำถามให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน เพื่อสรุปว่าข้อคาดการณ์ว่าควรเป็นอย่างไรจึงเหมาะสมกับการหาข้อสรุป

ตอนที่ 2 ผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ แบ่งเป็น 2 ส่วน ได้แก่

1. ผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ระหว่างการจัดการเรียนรู้และหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงองค์ประกอบและระดับของทักษะการให้เหตุผลระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้

องค์ประกอบของการให้เหตุผล	ระดับการให้เหตุผล	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ระหว่างการจัดการเรียนรู้		
		วงจรที่ 1	วงจรที่ 2	วงจรที่ 3
ด้านการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา	3	14 (42.43)	7 (21.21)	26 (78.79)
	2	13 (39.39)	26 (78.79)	7 (21.21)
	1	6 (18.18)	0	0
	0	0	0	0
ด้านการหาและพิจารณาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา	3	0	20 (60.61)	19 (57.57)
	2	20 (60.61)	13 (39.39)	14 (42.43)
	1	13 (39.39)	0	0
	0	0	0	0

องค์ประกอบของการให้เหตุผล	ระดับการให้เหตุผล	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) หลังการจัดการเรียนรู้	
		สถานการณ์ที่ 2	
ด้านการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา	3	20 (60.61)	
	2	11 (33.33)	
	1	1 (3.03)	
	0	1 (3.03)	
ด้านการหาและพิจารณาข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหา	3	16 (48.49)	
	2	13 (39.39)	
	1	1 (3.03)	
	0	3 (9.09)	

2. ผลการส่งเสริมทักษะการโต้แย้งของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ระหว่างการจัดการเรียนรู้และหลังจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงองค์ประกอบและระดับของทักษะการโต้แย้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้

องค์ประกอบของการโต้แย้ง	ระดับการโต้แย้ง	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ระหว่างการจัดการเรียนรู้		
		วงจรที่ 1	วงจรที่ 2	วงจรที่ 3
ด้านการสร้างข้อคาดการณ์ และให้เหตุผลสนับสนุนข้อ คาดการณ์	3	0	13 (39.39)	6 (18.18)
	2	6 (18.18)	0	20 (60.61)
	1	27 (81.82)	20 (60.61)	7 (21.21)
	0	0	0	0
ด้านการให้หลักฐานสนับสนุน ข้อคาดการณ์จาก สถานการณ์ปัญหา	3	0	6 (18.18)	6 (18.18)
	2	6 (18.18)	14 (42.43)	27 (81.82)
	1	0	6 (18.18)	0
	0	27 (81.82)	7 (21.21)	0
ด้านการสร้างข้อโต้แย้งและ ให้เหตุผลที่แตกต่างออกไป	3	0	0	20 (60.61)
	2	0	19 (57.58)	13 (39.39)
	1	6 (18.18)	7 (21.21)	0
	0	27 (81.82)	7 (21.21)	0
ด้านการให้หลักฐานสนับสนุน การโต้แย้งกลับ	3	0	0	6 (18.18)
	2	0	12 (36.36)	20 (60.61)
	1	0	7 (21.21)	7 (21.21)
	0	33 (100)	14 (42.43)	0
องค์ประกอบของการโต้แย้ง	ระดับการโต้แย้ง	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) หลังการจัดการเรียนรู้		
		สถานการณ์ที่ 2		
การสร้างข้อคาดการณ์และให้ เหตุผลสนับสนุนข้อคาดการณ์	3	27 (81.82)		
	2	6 (18.18)		
	1	0		
	0	0		
การให้หลักฐานสนับสนุนข้อ คาดการณ์จากสถานการณ์ ปัญหา	3	27 (81.82)		
	2	5 (15.15)		
	1	1 (3.03)		
	0	0		

ตาราง 4 (ต่อ)

องค์ประกอบของการโต้แย้ง	ระดับการโต้แย้ง	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) หลังการจัดการเรียนรู้	
		สถานการณ์ที่ 1	สถานการณ์ที่ 3
การสร้างข้อโต้แย้งและให้เหตุผล ที่แตกต่างออกไป	3	16 (48.49)	25 (75.76)
	2	15 (45.45)	6 (18.18)
	1	1 (3.03)	2 (6.06)
	0	1 (3.03)	0
การให้หลักฐานสนับสนุนการ โต้แย้งกลับ	3	20 (60.61)	22 (66.67)
	2	8 (24.24)	9 (27.27)
	1	5 (15.15)	2 (6.06)
	0	0	0

จากผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ แสดงให้เห็นว่า ทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการดีขึ้นทุก ๆ กิจกรรมและการทดสอบตามลำดับ นักเรียนบางส่วนมีระดับการให้เหตุผลอยู่ระดับ 0 แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถระบุปัญหาและไม่สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนขาดพื้นฐานการแก้สมการที่นำไปสู่การสร้างสมการแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาและการระบุช่วงของค่าของตัวแปรที่เป็นไปได้ นักเรียนจึงไม่สามารถระบุโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ทำให้ไม่สามารถหาข้อสรุปที่ถูกต้องได้

การอภิปรายผล

จากผลการวิจัย พบว่า แนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 ชื่นชมแสดงปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตจริง สอดคล้องกับงานวิจัยของวรณัฐ หลวงจันทร์ (2564) ที่ระบุว่า เมื่อนักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้ จะสามารถนำไปใช้กำหนดตัวแปรได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อคาดการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นตอนที่ 2 ชื่นชมปัญหาตามมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของสกล ตั้งเกาสกุล (2560) ที่ระบุว่า การร่วมกันพิจารณาความเชื่อมโยงกันระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสถานการณ์ปัญหาด้วยการให้เหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกระบุและอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาอย่างเต็มที่ นอกจากนี้จะทำให้ให้นักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาแล้วยังทำให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์โดยมีการวางแผนถึงการไขมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาด้วย และสอดคล้องกับงานวิจัยของธัญญารัตน์ สุวรรณไตรย์ (2565) ระบุว่า การให้นักเรียนอภิปราย

ร่วมกัน โดยใช้ข้อมูลมาสร้างข้อคาดการณ์แล้วเลือกเหตุผลสนับสนุนและหลักฐานที่มีความเชื่อมโยงกัน ทำให้นักเรียนได้ประเมินความน่าเชื่อถือของหลักฐานได้ ครูผู้สอนต้องมีคำถามที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการโต้แย้งและสืบเสาะหาหลักฐาน เพื่อนำไปสู่การสรุปที่ถูกต้องและเหมาะสม ขั้นตอนที่ 3 ขึ้นแปลงปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของกันตภณ สอนชีว (2563) ที่ระบุว่า เมื่อนักเรียนเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาที่ผ่านมา จะสามารถระลึกและประมาณการหรือทดลองซ้ำ เพื่อให้สามารถอธิบายได้ว่าข้อคาดการณ์ที่ได้มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ นำไปสู่การปรับปรุงข้อคาดการณ์ให้มีความน่าเชื่อถือเพิ่มมากขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนที่ 4 ขึ้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของรศกมลรัตน์ ศรีภิรมย์ และสิทธิพล อัจฉินทร์ (2563) ที่ระบุว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันของนักเรียน จะทำให้นักเรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาเพื่อตอบในสิ่งที่โจทย์ถามได้จากการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ นำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ที่สามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาที่พบได้ และขั้นตอนที่ 5 ขึ้นสะท้อนปัญหาสู่ชีวิตจริง สอดคล้องกับงานวิจัยของธชินี ไสยรส, สมควร สีชมพู, และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2562) ที่ระบุว่า การอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจร่วมกันจากแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาหลักเกณฑ์ทั่วไปทางคณิตศาสตร์ได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Mun Yee, Kinneear, & Chun (2019) ที่ระบุว่า การให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดค้นแนวคิดใหม่ ครูต้องให้ความสำคัญกับรายละเอียดของกระบวนการเรียนรู้และงานที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดค้นแนวคิดใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับชีวิตจริงและสะท้อนการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งจะต้องมีการให้เหตุผลประกอบกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้การเรียนรู้เหล่านี้เกิดขึ้นจึงต้องมีการส่งเสริมการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้รับการเรียนรู้โมทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งและพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอน

ผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ สอดคล้องกับงานวิจัยของทรงยศ สกุลยา (2562) ที่ระบุว่า นักเรียนที่มีพื้นฐานการแก้สมการ จะสามารถตัดสินใจเลือกใช้สมการเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง ทั้งนี้เพราะการสร้างสมการแทนความสัมพันธ์จะต้องรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาเพื่อแปลงให้เป็นตัวแปรและทำอยู่ในรูปสมการและการระบุช่วงของค่าของตัวแปรที่เป็นไปได้จำเป็นต้องมีพื้นฐานการแก้สมการ และสอดคล้องกับงานวิจัยของณัชพล เผ่าทิพย์จันทร์ (2560) ที่ระบุว่า นักเรียนที่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับเหตุผลที่นำมายืนยันข้อสรุป ทำให้นักเรียนเขียนยืนยันข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน เพราะนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการตั้งความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องมาปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้เพราะการอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปจะเกิดขึ้นได้เมื่อนักเรียนเห็นความสำคัญของการยืนยันข้อสรุปด้วยเหตุผล ซึ่งจะต้องอาศัยการตั้งความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายโดยคำนึงถึงความเกี่ยวข้องกับการปรับใช้ในสถานการณ์ปัญหา

ผลการส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ สอดคล้องกับงานวิจัยของกัญชลิตา เจริญผล (2566) ที่ระบุว่า การแสดงข้อคาดการณ์ของตนเอง และแลกเปลี่ยนข้อคาดการณ์กับเพื่อนร่วมชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของข้อคาดการณ์ที่หลากหลาย นักเรียนจะสามารถแสดงเหตุผลของตนเองเพื่อโน้มน้าวให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเชื่อในข้อคาดการณ์ของตนเองและในขณะเดียวกันก็สามารถแสดงเหตุผลโต้แย้งเพื่อคัดค้านข้อคาดการณ์ของเพื่อนร่วมชั้นเรียน ทั้งนี้เพราะการให้เหตุผลประกอบการสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่าย จะแสดงให้เห็นถึงความน่าเชื่อถือของข้อคาดการณ์ที่แตกต่างที่สามารถโน้มน้าวให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเชื่อในข้อคาดการณ์ของนักเรียนและอาจทำให้ข้อคาดการณ์ของอีกฝ่ายมีความน่าเชื่อถือลดลงด้วย ซึ่งการมีเหตุผลรองรับข้อคาดการณ์ จะทำให้ข้อคาดการณ์มีความน่าเชื่อถือมากกว่าข้อคาดการณ์ที่ไม่มีเหตุผลใด ๆ รองรับ และสอดคล้องกับงานวิจัยของธนวิทย์ วรโพธิ์ และนิศากร บุญเสนา (2566) ที่ระบุว่า นักเรียนหนึ่งคนสามารถทำได้หลากหลายหน้าที่ในการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งองค์ประกอบที่มักขาดหายไป คือ การให้หลักฐานเพื่อสนับสนุนเหตุผลยืนยันให้น่าเชื่อถือยิ่งขึ้น ซึ่งหลักฐานสนับสนุนจะถูกนำมาใช้เมื่อเหตุผลนั้นไม่น่าเชื่อถือเพียงพอสำหรับผู้อ่านหรือผู้ฟัง และนักเรียนมักให้เหตุผลเพียงอย่างเดียวในแต่ละประเด็นการโต้แย้ง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปในแต่ละประเด็นการโต้แย้ง ทั้งนี้เพราะการให้เหตุผลประกอบการสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างจากของอีกฝ่ายเพียงอย่างเดียวไม่สามารถทำให้ข้อคาดการณ์มีความน่าเชื่อถือเพียงพอต่อการเป็นที่ยอมรับ ดังนั้นจึงต้องมีการให้หลักฐานสนับสนุนเพื่อยืนยันการให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์ให้มีความน่าเชื่อถือเพิ่มมากขึ้น เพื่อให้สามารถโต้แย้งกับข้อคาดการณ์ของอีกฝ่ายได้

สรุป การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์โดยส่วนใหญ่ถูกใช้เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งไม่ได้คำนึงถึงผลกระทบที่จะเกิดขึ้นกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงเล็งเห็นส่งเสริมการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญต่อการทำความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ โดยการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางและศึกษาผลการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน จำนวน 3 วงจร ระยะเวลา 8 ชั่วโมง กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 33 คน โรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัดพิจิตร ปีการศึกษา 2566 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้าเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย ผลการวิจัย พบว่า 1. แนวทางการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในแต่ละขั้นตอนกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ที่ครูควรให้ความสำคัญ ได้แก่ ก่อนการจัดการเรียนรู้ควรเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่มี

ความชัดเจนทางภาษาและใกล้เคียงกับบริบทชีวิตจริงของนักเรียน และดำเนินการขั้นตอนที่ 1 แนะนำให้นักเรียนระบุคำตอบแยกเป็นรายข้อ ขั้นตอนที่ 2 ชี้แนะให้นักเรียนทดลองสร้างข้อคาดการณ์และให้เหตุผลและใช้คำถามให้นักเรียนเกิดความสงสัยในข้อคาดการณ์ แล้วชี้แนะให้สร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างออกไปและให้เหตุผล ขั้นตอนที่ 3 แนะนำให้นักเรียนปรับข้อคาดการณ์ของตัวเองให้มีความน่าเชื่อถือ ขั้นตอนที่ 4 สนับสนุนให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในขั้นตอนวิธีทำ และขั้นตอนที่ 5 การใช้คำถามให้นักเรียนสรุปว่าข้อคาดการณ์ควรเป็นอย่างไรจึงเหมาะสมกับการหาข้อสรุป 2. ผลการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่าทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้นทุก ๆ กิจกรรมและการทดสอบ ตามลำดับ

องค์ความรู้ใหม่

แนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนของกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ พบว่า ขั้นตอนสำคัญที่นักเรียนแสดงทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นที่ ได้แก่ ขั้นตอนที่ 2 ขึ้นมองปัญหาตามมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนระดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงในรูปข้อคาดการณ์พร้อมให้เหตุผลประกอบ ซึ่งข้อคาดการณ์ในที่นี้จะเป็นส่วนที่ทำให้นักเรียนคนอื่นสามารถสร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างออกไปหรือข้อโต้แย้งพร้อมให้เหตุผลประกอบเพื่อทำให้ข้อคาดการณ์ของนักเรียนคนอื่นมีความน่าเชื่อถือลดลงและทำให้ข้อคาดการณ์ของตัวเองมีความน่าเชื่อถือเพิ่มมากขึ้น และถ้ามีการให้หลักฐานที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจะยิ่งทำให้ข้อคาดการณ์มีความน่าเชื่อถือเพิ่มมากขึ้น ซึ่งบทบาทของครูผู้สอน คือ ชี้แนะให้นักเรียนทดลองสร้างข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบและใช้คำถามให้นักเรียนเกิดความสงสัยในข้อคาดการณ์ของนักเรียนคนอื่นพร้อมชี้แนะให้สร้างข้อคาดการณ์ที่แตกต่างออกไปเพื่อแสดงการโต้แย้งและให้เหตุผลประกอบ ทำให้สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 การส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูมีบทบาทสำคัญที่จะกระตุ้นให้เกิดการให้เหตุผลและการโต้แย้ง ครูควรเลือกใช้คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยในข้อคาดการณ์ของตัวเองหรือข้อคาดการณ์ของเพื่อนร่วมชั้นเรียน ให้นักเรียนแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และอภิปรายร่วมกันโดยใช้เหตุผลและหลักฐานสนับสนุน

1.2 การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์สามารถใช้เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้จำนวนและพีชคณิตไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ผู้วิจัยได้ศึกษาโดยมีการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงและได้ใช้โปรแกรม Desmos ช่วยในการจำลองสถานการณ์ปัญหาให้มีความเหมาะสมกับนักเรียน ดังนั้นจึงควรศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ร่วมกับกระบวนการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือชุดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม Desmos เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาอื่นที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัสเบื้องต้น

2.2 ผู้วิจัยได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนที่ 2 ยังมีข้อจำกัดซึ่งผู้วิจัยไม่ได้ศึกษาการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนอื่น ดังนั้นจึงควรส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนอื่นเพิ่มเติม ได้แก่ ขั้นตอนที่ 4 และขั้นตอนที่ 5 เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่มีการอภิปรายร่วมกันของนักเรียน

เอกสารอ้างอิง

- กิติโรจน์ ปันทรนนทกะ, วิชัย เสวกงาม, และอัมพร ม้าคนอง. (2563). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. *วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, 48(3), 21-40.
- กัญชลิตา เจริญผล. (2566). การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์. *วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนครสวรรค์*.
- กันตภณ สอนชีว. (2563). การพัฒนาความสามารถการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. *วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัย ราชภัฏบึงฉลือ*.
- กาญจนา อรอินทร์, ทรงชัย อักษรคิด, ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, และสกล ตั้งเป้าสกุล. (2566). การพัฒนาความสามารถในการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด. *วารสารการบริหารนิติบุคคลและนวัตกรรมท้องถิ่น*, 9(7), 215-231.
- ชรินทร์ ด่วงธรรม. (2564). การพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้ออนไลน์ตามกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนครสวรรค์*.

- ณัชพล เภาทิพย์จันทร์. (2560). ผลของการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ จากความไม่สมบูรณ์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทรงยศ สกุลยา. (2562). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ธนิ โสयरส, สมควร สีชมภู, และโมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2562). การอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ใช้ การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติ ครั้งที่ 20 วันที่ 15 มีนาคม 2562 (หน้า 1873-1883). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ธนวิทย์ วรโพธิ์ และนิศากร บุญเสนา. (2566). การโต้แย้งของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีการใช้การศึกษา ชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. วารสาร มจร พุทธปัญญาปริทรรศน์, 8(4), 218-228.
- ธัญญารัตน์ สุวรรณไตรย์. (2565). การพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะที่ขับเคลื่อนด้วยกลวิธีการโต้แย้งร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ทรัพยากรพลังงาน. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นิรัญชลา ทับพุ่ม. (2564). การส่งเสริมทักษะการอภิปรายโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง ความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- รศกมลรัตน์ ศรีภิรมย์ และสิทธิพล อาจอินทร์. (2563). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้รูปแบบ SSCS ร่วมกับแนวคิด DAPIC. การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาแห่งชาติครั้งที่ 21 วันที่ 27 มีนาคม 2563 (หน้า 739-750). ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วรุตม์ หล้าป้อ. (2565). ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอนร่วมกับกลวิธีเชิงอภิปรายที่มี ต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วารินทร์ จันทวงษ์. (2564). การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้ เหตุผล เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วรณัฐ หลวงจันทร์. (2564). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ร้อยละและอัตราส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร.

- สกล ตั้งเภาสกุล. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้บริบทเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ตัวอย่างข้อสอบการประเมินผลนานาชาติ PISA: คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.
- สาธิตี วาริศรี. (2564). การจัดการเรียนรู้วิชาแคลคูลัสของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา ด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบย้อนกลับร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD. วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา, 16(1), 120-128.
- สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ทิศทางการสำหรับครูศตวรรษที่ 21. เพชรบูรณ์: จุลติสการพิมพ์.
- Hermawan, L. I., Lestari, N. D. S., Rahmawati, A. F., & Suwarno. (2019). Supporting Students' Reasoning and Argumentation Skills Through Mathematical Literacy Problem on Relation and Function topic. *Earth and Environmental Science*, 243, 1-8.
- Mun Yee, L., Virginia, K., & Chun Ip, F. (2019). Teaching mathematics for understanding in primary schools: could teaching for mathematising be a solution?. *International journal for mathematics teaching and learning*, 20(1), 1-17.