



การสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด Investigation of Students' Mathematical Ideas in Mathematics Classroom Using Open Approach

วรปรัชญ์ วงศ์จันทร์¹, ภัทธพงษ์ กุลสีดา²
Worrapad Wongjantha¹ and Phattaraphong Kunseeda²

Received: October 23, 2023 Revised: November 11, 2023 Accepted: December 29, 2023

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลังในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 20 คน โดยใช้กรอบแนวคิดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของ Isoda & Katagiri (2012) ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 5 คาบ เนื้อหาที่นำมาใช้เป็นหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ม.1 เล่ม 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับทีมการศึกษาชั้นเรียน เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ และใบกิจกรรม

ผลการวิจัย พบว่า ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดมีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองและเรียนรู้ร่วมกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีการแสดงแนวคิดที่หลากหลาย โดยพบแนวคิด เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 8 กลุ่มแนวคิด คือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต (Idea of Sets) คือ นักเรียนแสดงเซตของเลขชี้กำลังของตัวตั้ง เลขชี้กำลังของตัวคูณ เลขชี้กำลังของตัวหาร และเซตของผลลัพธ์ลงในตาราง 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย (Idea of Units) คือ นักเรียนได้พยายามหาผลลัพธ์โดยใช้หน่วยเวลาเป็นหลักแล้วจึงหาจำนวนของแหนมีหน่วย เป็นต้น 3) แนวคิดเกี่ยวกับแสดงแทน (Idea of Representation) คือ นักเรียนได้พยายามวาดรูปแทนกระดาษที่ตัดออกทั้งหมด 128 รูป 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) คือ นักเรียนใช้ตัวดำเนินการเพื่อหาคำตอบสถานการณ์ที่กำหนดให้ 5) แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า (Idea of Approximation) คือ เมื่อนักเรียนได้ฟังสถานการณ์แล้ว นักเรียนสามารถคาดการณ์เพื่อหาวิธีการในการหาผลลัพธ์ออกมาได้ 6) แนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน (Idea of Fundamental Properties) คือ นักเรียนใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการให้เหตุผลเพื่ออธิบายให้เกิดความเข้าใจ 7) แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ (Idea of Expressions) คือ นักเรียนนำเสนอความเข้าใจของตนเองโดยการพูดอธิบาย การเขียน และการแสดงออกด้วยท่าทางต่าง ๆ เช่น $n2 \times n4 = n6$ และ 8) การคิดเชิงฟังก์ชัน (Functional Thinking) คือ นักเรียนอธิบายถึงตัวฐานของเลขยกกำลังและผลลัพธ์ที่มีความสัมพันธ์กัน

คำสำคัญ: แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การศึกษาชั้นเรียน วิธีการแบบเปิด

Abstract

This research aimed to investigate students' mathematical ideas entitled exponent in seventh grade mathematics classroom using Open Approach. The study was conducted in the first semester of the academic year 2022 with a total of 20 students. The research employed the instructional framework proposed about mathematical ideas by Isoda & Katagiri (2012) and collected data through 5 lesson plans entitled exponent based on the Mathematics textbook for grade 7, Volume 1, issued by the Institute for the

¹ ครูโรงเรียนบ้านค่านกกก สังกัด สพป.นพ. เขต 2

Teacher in Baan Khamnokok School, Nakhon Phanom Primary Educational Service Area Office 2, Nakhon Phanom
Email: 623150710340@npu.ac.th

² อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครพนม

Lecturer in Mathematics Education, Faculty of Education, Nakhon Phanom University
Email: Phattaraphong_Kunseeda@npu.ac.th

Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). The instructional plan was developed collaboratively with the Lesson Study team, and it included visual aids and activity sheet. The research findings revealed that in the classroom using Open Approach, students' learning emphasized self-directed and collaborative learning, resulting in the emergence of diverse mathematical ideas. Eight mathematical ideas were identified: 1) Idea of Sets: students demonstrated an understanding of sets related to the base, exponent, multiplication, division, and the set of the results presented in a table. 2) Idea of Units: students attempted to find the result using time units as a basis and then calculated the number of units needed. 3) Idea of Representation: students made an effort to represent all cut-out pieces using drawings. 4) Idea of Operation: students employed operators to find answers to the given situations. 5) Idea of Approximation: when presented with a situation, students could make estimations to find solutions. 6) Idea of Fundamental Properties: students used the fundamental properties of exponents to provide reasoning and explanations. 7) Idea of Expressions: students conveyed their understanding through verbal explanations, written expressions, and various gestures, such as $n^2 \times n^4 = n^6$. 8) Functional Thinking: students explained the foundational aspects of exponent and related outcomes.

Keywords: Mathematical Ideas, Mathematics Classroom, Lesson Study, Open Approach

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้อย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ และถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

จากความสำคัญดังกล่าวจะเห็นได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญศาสตร์หนึ่งซึ่งการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์สำหรับ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มีเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตร มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎีในสาระคณิตศาสตร์ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ได้ มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจนการประกอบอาชีพ และมีความสามารถในการเลือกสื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือ ในการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน และการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560)

กิตติศักดิ์ โจอ่อน (2563) กล่าวว่า ผู้ที่มีบทบาทในการจัดการศึกษาทุกระดับชั้นไม่ควรมุ่งเน้นแต่ด้านความรู้ ความจำแต่เพียงอย่างเดียว ควรเน้นการพัฒนาความคิด ทักษะการคิดและวิถีคิดของนักเรียนควบคู่ไปด้วย การพัฒนาความคิด ทักษะการคิดเป็นเรื่องที่สามารถฝึกและพัฒนาได้ การจัดการเรียนการสอนจึงควรให้ความสำคัญกับกระบวนการคิด ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้วิธีเรียนรู้สามารถควบคุมกระบวนการเรียนรู้และกระบวนการคิดของตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ (Isoda & Katagiri, 2012) กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยทำความเข้าใจความสำคัญของการใช้ความรู้และทักษะการเรียนรู้วิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง รวมทั้งการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการจัดการเรียนการสอน โครงสร้างของการคิดทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภท 1) ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ 2) การคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิธีการทางคณิตศาสตร์ 3) การคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (แนวคิดทางคณิตศาสตร์) บริบทการจัดการเรียนการสอนมีการจัดการเรียนการสอนอย่างสม่ำเสมอโดยใช้การศึกษาขั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด พบว่านักเรียนมีแนวคิดที่เกิดขึ้นอย่างมากระหว่างเรียนแต่นักเรียนยังไม่ตระหนักถึงความสำคัญของแนวคิด ผู้วิจัยจึงให้ความสำคัญของแนวคิดและพยายามให้เคารพความคิดของคนอื่นและให้ความคิดที่ว่าแนวคิดไม่มีถูกและผิด เพื่อให้เด็กนักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย พร้อมทั้งกล้าแสดงแนวคิดของตนเองออกมาอย่างอิสระ

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดขึ้นในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 1 เรื่อง เลขยกกำลัง เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

คำถามการวิจัย

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นอย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

กรอบแนวคิดการวิจัย

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Ideas) ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ซึ่งแบ่งแนวคิดออกเป็น 9 ประเภท ดังนี้

- แนวคิดเกี่ยวกับเซต (Idea of sets) คือ นักเรียนสามารถแสดงเซตของเลขชี้กำลังของตัวตั้ง เลขชี้กำลังของตัวคูณ เลขชี้กำลังของตัวหาร และเซตของผลลัพธ์ ลงในตาราง

- แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย (Idea of unit) คือ นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์โดยการใช้หน่วย เช่น ในกิจกรรม นักเรียนจะใช้หน่วยเวลาเป็นหลักแล้วจึงหาจำนวนของแท่นมีหน่วย เป็นต้น

- แนวคิดเกี่ยวกับแสดงแทน (Idea of representation) คือ นักเรียนสามารถใช้การแสดงแทนในการแสดงแทนแนวคิดได้ เช่น ใช้ว่ารูปแทนกระดาษที่ตัดออกทั้งหมด 128 รูป

- แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) คือ นักเรียนสามารถใช้ตัวดำเนินการเพื่อหาคำตอบสถานการณ์ที่กำหนดให้

- แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Idea of Algorithms) คือ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการในการค้นหาคำตอบหรือแสดงแนวคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนได้

- แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า (Idea of Approximation) คือ เมื่อนักเรียนได้ฟังสถานการณ์แล้วเข้าใจ นักเรียนสามารถคาดการณ์แนวคิดของผลลัพธ์ที่ออกมาได้

- แนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน (Idea of Fundamental Properties) คือ นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่ออธิบายให้เกิดความเข้าใจ

- การคิดเชิงฟังก์ชัน (Functional Thinking) คือ นักเรียนอธิบายถึงตัวฐานของเลขยกกำลังและผลลัพธ์ที่ความสัมพันธ์กัน ส่วนแนวคิดที่ยังไม่พบ คือ แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธี เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินงาน และการพยายามคิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้

- แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ (Idea of Expressions) คือ นักเรียนสามารถนำเสนอความเข้าใจของตนเองโดยการพูดอธิบาย การเขียน และการแสดงออกด้วยท่าทางต่าง ๆ เช่น $n^2 \times n^4 = n^6$

ในบริบทชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด ตามกรอบแนวคิดของ Inprasith (2011) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาแบบปลายเปิด ครูทำหน้าที่นำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ที่ออกแบบโดยทีมการศึกษาชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตัวเองของนักเรียน หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดแล้ว โดยนักเรียนมีส่วนร่วม ลงมือแก้ปัญหา โดยการจัดกิจกรรมจะเป็นแบบกลุ่ม หรือแบบเดี่ยวก็ได้ ขึ้นอยู่กับการออกแบบกิจกรรมตามเนื้อหาสาระในคาบนั้น ๆ ของทีมการศึกษาชั้นเรียน และในขั้นตอนนี้ จะเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็น

ขั้นที่ 3 การนำเสนอและแลกเปลี่ยนแนวคิดของนักเรียน หลังจากที่ลงมือแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ นักเรียนจะนำเสนอแนวคิดที่เกิดขึ้นหน้าชั้นเรียน เพื่ออภิปรายร่วมกัน

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ร่วมกัน โดยใช้แนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นมาสรุป

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 20 คน

2. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนร่วมฝึกหัดครูในจังหวัดนครพนม ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โดยมีทีมศึกษาชั้นเรียน ได้ร่วมกันวางแผนเกี่ยวกับการดำเนินงาน การร่วมกันเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย การดำเนินการก่อนการเก็บรวบรวมข้อมูล การดำเนินการระหว่างการเก็บรวบรวมข้อมูล และการดำเนินการหลังการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นตอนการเตรียมงานวิจัย/ทบทวนศึกษาเอกสาร โดยสังเกตชั้นเรียนและเลือกปรากฏการณ์ในชั้นเรียนที่เราสนใจ ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดหัวข้อวิจัย

2.2 วางแผนการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยจะนำแผนการเรียนรู้ที่ได้ร่วมกันวางแผนกับทีมศึกษาชั้นเรียนไปใช้ และสังเกตแนวคิดที่เกิดขึ้นของนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกับทีมศึกษาชั้นเรียน

2.3 ขั้นเก็บข้อมูลและดำเนินงานวิจัย สังเกตการสอน และจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับทีมวิจัย

2.4 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล นำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกมาวิเคราะห์สะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ร่วมกับทีมศึกษาชั้นเรียนในประเด็นของการจัดการเรียนการสอน วัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ สื่อการจัดการเรียนรู้สถานการณ์ปัญหา และคำสั่งมีความสอดคล้องกับบริบทในชั้นเรียนของผู้เรียนหรือไม่ และนำข้อมูลที่ได้นำมาปรับแผนการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวีดิทัศน์และเทปเสียงมาดำเนินการถอดเสียงของนักเรียน และถอดโพทโทคอล เพื่อใช้ประกอบการให้เหตุผลในใบกิจกรรม จากนั้นนำโพทโทคอลที่ได้มาวิเคราะห์หาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากใบกิจกรรมหลังการทำกิจกรรมในชั้นเรียนของผู้เรียน เพื่อนำมาวิเคราะห์หาหลักฐานที่อ้างอิงถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบการถอดข้อมูลจากการบันทึกวีดิทัศน์ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012)

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 5 คาบ โดยออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับทีมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study Team) ในโรงเรียนร่วมฝึก โดยร่วมกันวางแผนการจัดการเรียนรู้ ออกแบบสถานการณ์ปัญหา สื่อ และคำสั่งตามสถานการณ์ปัญหาที่มีความสอดคล้องกับบริบทในชั้นเรียน

3.2 เครื่องบันทึกวีดิทัศน์ ใช้บันทึกภาพขยาย (zoom) นักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเขียนแสดงแนวคิดในใบกิจกรรม นำเสนอหน้าชั้นเรียน และพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนของนักเรียน และใบงานของนักเรียนทั้งก่อนเริ่มกิจกรรม ขณะทำกิจกรรม เพื่อเพื่อบันทึกพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการจัดการเรียนการสอนอาศัยบริบทของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

3.3 ใบกิจกรรม ออกแบบใบกิจกรรมเพื่อให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาและสอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยทีมการศึกษาชั้นเรียนในโรงเรียนและใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอน ในการลงมือทำกิจกรรมของนักเรียนจะมีสื่อการเรียนรู้ร่วมกันในการแก้ปัญหาแต่ละสถานการณ์ปัญหาตามที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนออกแบบ

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลจากโพทโทคอลของวีดิทัศน์ชั้นเรียนที่บันทึกไว้และผลงานของนักเรียน ระหว่างการจัดการเรียนการสอน เรื่องเลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้วัตรกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด โดยวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ซึ่งประกอบด้วย 9 แนวคิด แนวคิดเกี่ยวกับเซต แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงฟังก์ชันและแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์จะนับแนวคิดที่เกิดขึ้นเป็นรายการกิจกรรมที่มีทั้งหมด 5 กิจกรรม

ผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ โดยการวิเคราะห์จากโพทโทคอล นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 5 คาบ 5 กิจกรรม ใช้กรอบการวิเคราะห์ข้อมูลแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของ Isoda & Katagiri (2012) มีผลการ

วิเคราะห์ข้อมูล ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

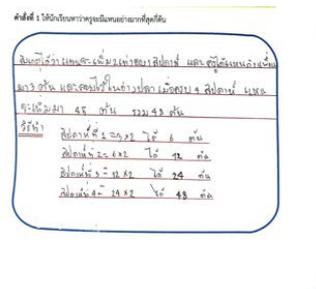
กิจกรรมที่ 1 แหนเพิ่มจำนวน

เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้รู้จักเลขยกกำลังในครั้งแรก นักเรียนจะได้หาจำนวนแทนที่เพิ่มขึ้นเท่าตัวทุก ๆ สัปดาห์ โดยพบแนวคิดที่เกิดขึ้น 4 แนวคิด ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย (Idea of unit) นักเรียนพยายามจะเปรียบเทียบจำนวนเวลาเป็นหน่วยสัปดาห์กับจำนวนแทนเป็นหน่วยของตน

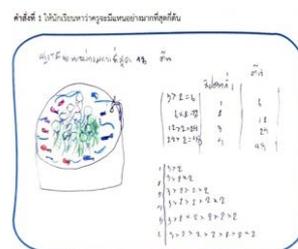
ตารางที่ 1 แสดงโปรโตคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับหน่วย (Idea of unit)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	มีอะไรอีกใครได้ 32 ไหม หหมดแล้วใช้ไหม ใครอยากนำเสนอแนวคิดของตัวเองบ้าง
55	นักเรียน	การคูณ
56	ครู	ทำยังไงครับ 3x2มาแต่ไหนครับ
57	นักเรียน	ไม่ใช่ครับ 3 x 8 ครับ
58	ครู	สัปดาห์ที่ 1 ใช่ไหมครับ
59	นักเรียน	ครับ
60	ครู	ได้กัต้น
61	นักเรียน	6 ครับ



ภาพที่ 1 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่ออธิบายจำนวนแทนเป็นต้นที่เกิดขึ้นเป็นรายสัปดาห์

2. แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน (Idea of representation) เป็นการพยายามที่จะคิดตามหลักการพื้นฐานของการแสดงแทน



ภาพที่ 2 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะเห็นได้ว่านักเรียนมีความพยายามที่จะวาดรูปแทนจำนวนของแทนที่เพิ่มขึ้น แต่ไม่สามารถอธิบายออกมาได้ อาจเป็นเพราะว่าจำนวนแทนมีมากเกินไปที่จะวาด

3. แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินงาน และการพยายามคิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้

ตารางที่ 2 แสดงโพโตคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	ถ้าสัปดาห์ที่ 2 ละ ได้กี่ต้น
55	นักเรียน	12 รับ 6×2
56	ครู	สัปดาห์ที่ 3 ละ ได้กี่ต้น
57	นักเรียน	เอา 12 ไปคูณ 2 ได้ 24
58	ครู	แล้วสัปดาห์ที่ 4 ละ
59	นักเรียน	เอา 24 คูณ 2 ครับ
60	ครู	ได้ 48 ใช่ไหม
61	นักเรียน	ครับ



ภาพที่ 3 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานจะเห็นได้ว่านักเรียนได้มีการใช้ตัวดำเนินการ เครื่องหมายคูณมา ดำเนินการหาจำนวนของแทนที่มีอยู่แต่ละช่วงเวลาโดยที่จะคูณด้วย 2 เมื่อเวลาผ่านไปหนึ่งสัปดาห์

4. แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า (Idea of Approximation) เป็นการพยายามเข้าใจภาพรวมของวัตถุและการ ดำเนินการ และการใช้ผลลัพธ์ของความเข้าใจนี้

ตารางที่ 3 แสดงโพโตคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า (Idea of Approximation)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	ครูลองสังเกตดูแล้ว แทนจะเพิ่มขึ้นคูณ 2 ทุกอาทิตย์ ถ้าครูปล่อยลงอ่าง 3 ต้น ผ่านไป 4 อาทิตย์ แทนจะมีจำนวนเท่าไร
55	นักเรียน	12 ครับ
56	ครู	คิดว่าจะมีมากที่สุดเท่าไร
57	นักเรียน	8 ครับ

จากโพโตคอลจะเห็นได้ว่าเมื่อนักเรียนได้รับฟังโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนเข้าใจภาพรวมของจำนวนแทนที่จะเกิดขึ้น จะมีจำนวนเพิ่มขึ้น สังเกตได้จากคำตอบของนักเรียนที่ตอบ 12 และ 8 ทั้งยังไม่ใช้คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีความพยายามที่จะเข้าใจและประมาณค่าออกมาก่อนที่จะลองมือแก้ปัญหา

ภาพที่ 5 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานที่มีจะพบว่านักเรียนใช้ตัวดำเนินการโดยใช้การคูณ การตัดครั้งที่ 4 $8 \times 2 = 16$
 ครั้งที่ 5 $16 \times 2 = 32$
 ครั้งที่ 6 $32 \times 2 = 64$
 ครั้งที่ 7 $64 \times 2 = 128$
 ซึ่งเป็นการดำเนินการเพื่อหาผลลัพธ์จากคำถาม

3. แนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน (Idea of Fundamental Properties) เป็นการมุ่งเน้นไปที่กฎและคุณสมบัติพื้นฐาน

ตารางที่ 5 แสดงโพรโทคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน (Idea of Fundamental Properties)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	ครูเห็นของแพน แพนบอกว่า $a \cdot n$ ให้ a แทนด้วย 2 จะได้ $2n$ ใช่ไหม
55	นักเรียน	ค่ะ

ภาพที่ 6 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทาง มีการใช้นิยามเพื่อใช้ในการอธิบาย โดยนักเรียน ถ้า $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ และ $n = 3$ จะได้ $a \times a \times a$ ซึ่ง a^n
 4. แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ที่จะนำเสนอข้อเสนอและความสัมพันธ์ที่ เพื่อแสดงความเข้าใจ

The image shows two pages of a student's math assignment. The top page is titled 'กิจกรรมคิดเลขายไปยาว' (Long Multiplication Activity) and contains a list of questions. Question 1 asks for the number of blocks in three stages. The student has drawn three stages of blocks: Stage 1 has 2 blocks, Stage 2 has 4 blocks, and Stage 3 has 8 blocks. The student has written '2', '4', and '8' below the drawings. Question 2 asks for the number of blocks in stage 7. The student has written '128' and shown a calculation: $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$, $16 \times 2 = 32$, $32 \times 2 = 64$, $64 \times 2 = 128$. The bottom page is identical to the top page.

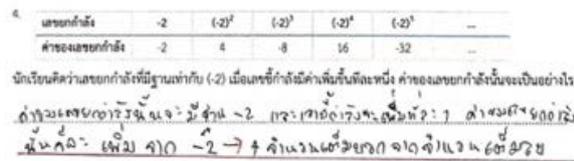
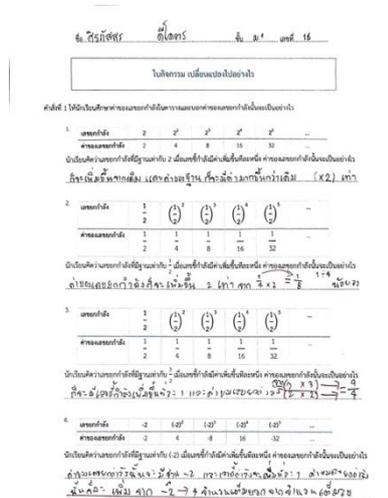
คณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานจะเห็นได้ว่า
 เขียนว่า
 เป็นนิยามของเลขยกกำลัง
 (Idea of Expressions) เป็นการพยายาม
 เกี่ยวกับนิพจน์ และการอ่านความหมาย

ภาพที่ 7 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากรูปจะเห็นได้ว่าคำถามได้ถามว่าครั้งที่ n จะได้กระดาษทั้งหมด แผ่น
นักเรียนเขียน 2^n เป็นคำตอบและได้อธิบายถึงการใช้โดยได้ยกตัวอย่างในการแทนค่าลงไป
เป็นการเขียนให้อยู่ในรูปร่างง่ายหรือเป็นแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์

กิจกรรมที่ 3 เปลี่ยนแปลงอย่างไร

ก่อนกิจกรรมนี้นักเรียนมีพื้นฐานเกี่ยวกับเลขยกกำลัง เข้าใจความหมายของเลขยกกำลังแล้ว กิจกรรมนี้จะให้นักเรียนทำศึกษาว่า เมื่อฐานของเลขยกกำลังไม่ใช่จำนวนเต็มบวกเมื่อยกกำลังไปแล้วจะมีค่าอย่างไร โดยในกิจกรรมนี้พบแนวคิดที่เกิดขึ้นทั้งหมด 2 แนวคิด ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินงาน และการพยายามคิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้



ภาพที่ 8 ใบ

กิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากใบกิจกรรมจะเห็นได้ว่านักเรียนได้มีการอธิบายโดยการเขียนอธิบายพร้อมยกตัวอย่างให้เขียนถึงความเปลี่ยนแปลง โดยการยกตัวอย่างนั้นมีการใช้ตัวดำเนินการเพื่ออธิบาย จึงเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ

2. แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงฟังก์ชัน (Functional Thinking) เป็นการพยายามจดจ่อกับสิ่งที่ถูกกำหนดโดยการตัดสินใจของตัวเอง โดยใช้การคิดเชิงฟังก์ชันค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

ตารางที่ 6 แสดงโพรโทคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงฟังก์ชัน (Functional Thinking)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	อ่า ต่อมาข้อ 4 มันเป็นอย่างไง
55	นักเรียน	ค่าของเลขยกกำลังนั้นจะมีฐาน -2 และเลขชี้กำลังจะเพิ่มขึ้นทีละ 1 ค่าของเลขยกกำลังจะเพิ่มขึ้นจาก -2 เป็น 4 จำนวนเต็มบวกจากจำนวนลบ
56	ครู	เธอจะบอกว่ามันเป็นลบ แล้วเป็นบวกใช่ไหม
57	นักเรียน	ใช่ค่ะ

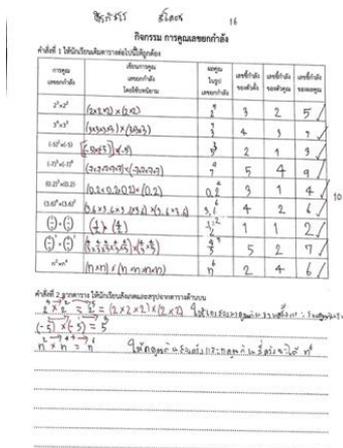


ภาพที่ 9 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานที่มาอ้างอิงจะเห็นได้ว่าข้อที่ 4 จะมีฐานของเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็มลบ นักเรียนตอบว่า ลบกับลบเป็นบวก บวกกับลบเป็นลบ ทำให้มีติดลบกับไม่ติดลบ จึงสามารถอนุมานได้ว่านักเรียนนึกภาพถึงการคูณจำนวนเต็มระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบหรือจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก ซึ่งเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงฟังก์ชัน

กิจกรรมที่ 4 การคูณเลขยกกำลัง

กิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ทบทวนหลักการคูณเลขยกกำลังและให้นักเรียนสรุปออกมาในความเข้าใจของตนเอง ในกิจกรรมนี้มีแนวคิดที่เกิดขึ้นทั้งหมด 3 แนวคิด ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับเซต (Idea of sets) เป็นการจัดเซต (set) ของวัตถุต่าง ๆ (objects) เพื่อพิจารณาว่าสิ่งใดเป็นเงื่อนไขที่จะแยกสิ่งนั้นออกจากเซต หรือไม่เป็นเซตเดียวกัน และเป็นการชี้แจงเพื่อพิจารณาว่าสิ่งใดเป็นเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่รวมเข้าด้วยกัน หรือเป็นเซตเดียวกัน



ภาพที่ 10 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากใบกิจกรรมจะเห็นได้ว่ามีตารางที่ให้นักเรียนได้เติมคำตอบ โดยได้จัดประเภทของคำตอบไว้ในแต่ละคอลัมน์ทำให้นักเรียนทุกคนที่ได้ทำใบกิจกรรมนี้จะเกิดแนวคิดเกี่ยวกับเซต

2. แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินการ และการพยายามคิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้

กิจกรรม การคูณเลขยกกำลัง

คำสั่ง 1 ให้นักเรียนเขียนการคูณต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

การคูณเลขยกกำลัง	ตั้งเลขคูณเลขยกกำลังโดยให้เขียน	เลขโดด	เลขชี้กำลัง	เลขชี้กำลัง	เลขชี้กำลัง
$2^3 \cdot 2^4$	$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$	✓	2 ³	3	2 / 5
$3^2 \cdot 3^5$	$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$	✓	3 ²	4	3 / 7
$10^4 \cdot 10^3$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ⁴	2	1 / 3
$10^5 \cdot 10^2$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10)$	✓	10 ⁵	5	4 / 9
$10^3 \cdot 10^4$	$(10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ³	3	1 / 4
$(2^3) \cdot (2^4)$	$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$	✓	2 ³	4	2 / 6
$(3^2) \cdot (3^5)$	$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$	✓	3 ²	1	1 / 2
$(10^4) \cdot (10^3)$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ⁴	5	2 / 7
$10^5 \cdot 10^2$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10)$	✓	10 ⁵	2	4 / 6

คำสั่ง 2 ขาดกรณ ให้นักเรียนเขียนและคูณตามตารางด้านบน

วิธี ให้นักเรียนเขียนเลขยกกำลัง โดยให้เขียนเลขชี้กำลังไว้ก่อนแล้วค่อยคูณเลขยกกำลัง

ข้อ 1. $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ $3^2 \cdot 3^5 = 3^7$ $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$ $10^5 \cdot 10^2 = 10^7$ $10^3 \cdot 10^4 = 10^7$

ข้อ 2. $(2^3) \cdot (2^4) = 2^7$ $(3^2) \cdot (3^5) = 3^7$ $(10^4) \cdot (10^3) = 10^7$ $(10^5) \cdot (10^2) = 10^7$

ภาพที่ 11 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากใบกิจกรรมพบว่าในคอลัมน์ที่ 2 ที่จะต้องเติมตัวเลขเป็นการเติมในรูปแบบการกระจายจากการคูณเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปการคูณจำนวนทำให้นักเรียนที่ทำใบกิจกรรมนี้จะมีแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการเกิดขึ้น

3. แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ (Idea of Expressions) เป็นการพยายามที่จะนำเสนอข้อเสนอและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับนิพจน์ และการอ่านความหมายเพื่อแสดงความเข้าใจ

ตารางที่ 7 แสดงโพรโทคอลที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ (Idea of Expressions)

Item	ผู้พูด	ข้อความ
54	ครู	แพนคิดอย่างไร
55	นักเรียน	ถ้าเป็น n^2 คูณ n^4 จะให้ n คูณกัน 2 ครั้ง กับ n คูณกัน 4 ครั้งจะได้ n^6

กิจกรรม การคูณเลขยกกำลัง

คำสั่ง 1 ให้นักเรียนเขียนการคูณต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

การคูณเลขยกกำลัง	ตั้งเลขคูณเลขยกกำลังโดยให้เขียน	เลขโดด	เลขชี้กำลัง	เลขชี้กำลัง	เลขชี้กำลัง
$2^3 \cdot 2^4$	$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$	✓	2 ³	3	2 / 5
$3^2 \cdot 3^5$	$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$	✓	3 ²	4	3 / 7
$10^4 \cdot 10^3$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ⁴	2	1 / 3
$10^5 \cdot 10^2$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10)$	✓	10 ⁵	5	4 / 9
$10^3 \cdot 10^4$	$(10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ³	3	1 / 4
$(2^3) \cdot (2^4)$	$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$	✓	2 ³	4	2 / 6
$(3^2) \cdot (3^5)$	$(3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$	✓	3 ²	1	1 / 2
$(10^4) \cdot (10^3)$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10)$	✓	10 ⁴	5	2 / 7
$10^5 \cdot 10^2$	$(10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10)$	✓	10 ⁵	2	4 / 6

คำสั่ง 2 ขาดกรณ ให้นักเรียนเขียนและคูณตามตารางด้านบน

วิธี ให้นักเรียนเขียนเลขยกกำลัง โดยให้เขียนเลขชี้กำลังไว้ก่อนแล้วค่อยคูณเลขยกกำลัง

ข้อ 1. $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ $3^2 \cdot 3^5 = 3^7$ $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$ $10^5 \cdot 10^2 = 10^7$ $10^3 \cdot 10^4 = 10^7$

ข้อ 2. $(2^3) \cdot (2^4) = 2^7$ $(3^2) \cdot (3^5) = 3^7$ $(10^4) \cdot (10^3) = 10^7$ $(10^5) \cdot (10^2) = 10^7$

ภาพที่ 12 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานที่มีจะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถคูณเลขยกกำลัง ทั้งที่ฐานเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและนักเรียนได้เขียนอธิบายไว้ด้วยว่า $n^2 \times n^4 = n^6$ พร้อมทั้งเขียนลูกศรชี้เพื่อสื่อถึงกาวกันของเลขชี้กำลัง ข้อความที่เขียนมานั้นแสดงได้ว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์

กิจกรรมที่ 5 การหารเลขยกกำลัง

กิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้หาผลลัพธ์การหารเลขยกกำลังและให้นักเรียนสรุปออกมาในความเข้าใจของตนเอง ในกิจกรรมนี้มีแนวคิดที่เกิดขึ้นทั้งหมด 3 แนวคิด ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับเซต (Idea of sets) เป็นการชี้แจงเซต (set) ของวัตถุต่าง ๆ (objects) เพื่อพิจารณาว่าสิ่งใดเป็นเงื่อนไขที่จะแยกสิ่งนั้นออกจากเซต หรือไม่เป็นเซตเดียวกัน และเป็นการชี้แจงเพื่อพิจารณาว่าสิ่งใดเป็นเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่รวมเข้าด้วยกัน หรือเป็นเซตเดียวกัน

รูปที่ 13

กิจกรรม การหาผลยกกำลัง

คำสั่ง 1 ให้นักเรียนหารค่าของ $a^m \div a^n$ ดังนี้

การหาผลยกกำลัง	สมการการหาผลยกกำลัง	ผลหารเลขยกกำลัง	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์
$5^4 \div 5^2$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \div 5 \cdot 5$	5	8	2	6 ✓
$2^5 \div 2^3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \div 2 \cdot 2 \cdot 2$	2	9	8	1 ✓
$10^7 \div 10^4$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	6	3	3 ✓
$10^8 \div 10^5$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	2	5 ✓
$10^{10} \div 10^3$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	5	1	4 ✓
$10^{12} \div 10^7$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓
$10^8 \div 10^2$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓

คำสั่ง 2 จงหาว่า $10^m \div 10^n$ มีค่าเท่าไร

$10^7 \div 10^4 = 10^{7-4} = 10^3$ $10^8 \div 10^5 = 10^{8-5} = 10^3$

ภาพที่ 13 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากใบกิจกรรมจะเห็นว่ามีการที่ให้นักเรียนได้เติมคำตอบ โดยได้จัดประเภทของคำตอบไว้ในแต่ละคอลัมน์ทำให้นักเรียนทุกคนที่ได้ทำใบกิจกรรมนี้จะเกิดแนวคิดเกี่ยวกับเซต

2. แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ (Idea of Operation) เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินงาน และการพยายามคิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้

รูปที่ 14

กิจกรรม การหาผลยกกำลัง

คำสั่ง 1 ให้นักเรียนหารค่าของ $a^m \div a^n$ ดังนี้

การหาผลยกกำลัง	สมการการหาผลยกกำลัง	ผลหารเลขยกกำลัง	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์
$5^4 \div 5^2$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \div 5 \cdot 5$	5	8	2	6 ✓
$2^5 \div 2^3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \div 2 \cdot 2 \cdot 2$	2	9	8	1 ✓
$10^7 \div 10^4$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	6	3	3 ✓
$10^8 \div 10^5$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	2	5 ✓
$10^{10} \div 10^3$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	5	1	4 ✓
$10^{12} \div 10^7$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓
$10^8 \div 10^2$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓

คำสั่ง 2 จงหาว่า $10^m \div 10^n$ มีค่าเท่าไร

$10^7 \div 10^4 = 10^{7-4} = 10^3$ $10^8 \div 10^5 = 10^{8-5} = 10^3$

ภาพที่ 14 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากใบกิจกรรมพบว่าในคอลัมน์ที่ 2 ที่จะต้องเติมตัวเลขเป็นการเติม

ในรูปแบบการกระจาย จากการหารเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปการคูณจำนวน หารด้วยรูปการคูณจำนวน ทำให้นักเรียนที่ทำใบกิจกรรมนี้จะมีแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการเกิดขึ้น

3. แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ (Idea of Expressions) เป็นการพยายามที่จะนำเสนอข้อเสนอลักษณะและความสัมพันธ์เกี่ยวกับนิพจน์ และการอ่านความหมายเพื่อแสดงความเข้าใจ

รูปที่ 15

กิจกรรม การหาผลยกกำลัง

คำสั่ง 1 ให้นักเรียนหารค่าของ $a^m \div a^n$ ดังนี้

การหาผลยกกำลัง	สมการการหาผลยกกำลัง	ผลหารเลขยกกำลัง	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์
$5^4 \div 5^2$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \div 5 \cdot 5$	5	8	2	6 ✓
$2^5 \div 2^3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \div 2 \cdot 2 \cdot 2$	2	9	8	1 ✓
$10^7 \div 10^4$	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	6	3	3 ✓
$10^8 \div 10^5$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	2	5 ✓
$10^{10} \div 10^3$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	5	1	4 ✓
$10^{12} \div 10^7$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓
$10^8 \div 10^2$	$10 \cdot 10 \div 10 \cdot 10$	10	7	5	2 ✓

คำสั่ง 2 จงหาว่า $10^m \div 10^n$ มีค่าเท่าไร

$10^7 \div 10^4 = 10^{7-4} = 10^3$ $10^8 \div 10^5 = 10^{8-5} = 10^3$

ภาพที่ 15 ใบกิจกรรมแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากหลักฐานที่มีให้เห็นได้ว่านักเรียนสามารถคูณเลขยกกำลัง
ทั้งที่ฐานเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและนักเรียนได้เขียนอธิบายไว้ด้วยว่า
 $n^7 \div n^5 = n^2$ ข้อความที่เขียนมานั้นแสดงได้ว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยในชั้นเรียน เรื่อง การสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบ
เปิด ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล ตามวัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง เลข
ยกกำลัง ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด

จากการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการเปิด
เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 คาบ มีทั้งหมด 5 กิจกรรม ผลการสำรวจและวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
พบว่านักเรียนมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 8 ประเภท จากทั้งหมด 9 ประเภทตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri
(2012) ซึ่งแต่ละคาบจะมีเนื้อหาที่จะสร้างความเข้าใจได้แตกต่างกันส่งผลให้แนวคิดที่จะเกิดขึ้นจะมีไม่ครบทุกประเภท
โดยสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 ตารางสรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กิจกรรม	ประเภทของแนวคิด								
	แนวคิดเกี่ยวกับเซต	แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย	แนวคิดเกี่ยวกับแสดงแทน	แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ	แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ	แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า	แนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน	การคิดเชิงฟังก์ชัน	แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์
1		/	/	/		/			
2			/	/			/		/
3				/				/	
4	/			/					/
5	/			/					/

จากตารางแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง มีทั้งหมด 8 ประเภท ซึ่งในแต่ละกิจกรรมจะไม่
พบแนวคิดครบทั้ง 9 แนวคิด อาจด้วยเนื้อหาสาระ และการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้พบแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้น
โดยมีรายละเอียดดังนี้

แนวคิดเกี่ยวกับเซต คือ นักเรียนแสดงเซตของเลขชี้กำลังของตัวตั้ง เลขชี้กำลังของตัวคูณ เลขชี้กำลังของตัวหาร
และเซตของผลลัพธ์ ลงในตาราง

แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย คือ นักเรียนได้พยายามหาผลลัพธ์โดยการใช้หน่วยเวลาเป็นหลักแล้วจึงหาจำนวนของหน่วย
มีหน่วยเป็นต้น

แนวคิดเกี่ยวกับแสดงแทน คือ นักเรียนได้พยายามวาดรูปแทนกระดาษที่ตัดออกทั้งหมด 128 รูป

แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ คือ นักเรียนใช้ตัวดำเนินการเพื่อหาคำตอบสถานการณ์ที่กำหนดให้
แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณค่า คือ เมื่อนักเรียนได้ฟังสถานการณ์แล้วเข้าใจ นักเรียนสามารถคาดการณ์แนวคิด
ของผลลัพธ์ที่ออกมาได้

แนวคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติพื้นฐาน คือ นักเรียนใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่ออธิบายให้
เกิดความเข้าใจ

แนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์ คือ นักเรียนนำเสนอความเข้าใจของตนเองโดยการพูดอธิบาย การเขียน และการแสดงออก
ด้วยท่าทางต่าง ๆ เช่น $n^2 \times n^4 = n^6$

การคิดเชิงฟังก์ชัน คือ นักเรียนอธิบายถึงพื้นฐานของเลขยกกำลังและผลลัพธ์ที่ความสัมพันธ์กัน ส่วนแนวคิดที่ยัง
ไม่พบ คือ แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธี เป็นการชี้แจง และขยายความหมายของสิ่งต่าง ๆ และการดำเนินงาน และการพยายาม
คิดบนพื้นฐานของเรื่องนี้

จากแนวคิดข้างต้นที่พบในระหว่างการจัดการเรียนการสอนนั้นทำให้เห็นได้ว่าการจัดการเรียนการสอนในโดยใช้
การศึกษาขั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดนั้นมีส่วนทำให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ และสามารถพัฒนาการคิดได้อย่างหลากหลาย
ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2563) และกตัญญูตา บางโท (2563)

อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวคิดทางคณิตศาสตร์ดังปรากฏในตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่าแนวคิดแต่ละประเภทจะไม่ปรากฏครบทุกกิจกรรม
เนื่องจากหน่วยการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลัง มีจุดประสงค์ของเนื้อหาที่เป็นจุดเน้นในแต่ละคาบที่แตกต่างกัน ทำให้ประเภท
ของแนวคิดในแต่ละคาบมีความหลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ กิตติศักดิ์ ใจอ่อน และกตัญญูตา บางโท (2563)
ที่แสดงให้เห็นว่าในแต่ละคาบจะไม่ปรากฏแนวคิดทั้ง 9 แนวคิดและเมื่อนักเรียนได้แสดงแนวคิดออกมาแล้วในกิจกรรมถัดไป
นักเรียนจะไม่แสดงแนวคิดที่เกิดบางประเภท

2. ในการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดการใช้คำถามปลายเปิดเป็นสิ่งสำคัญ เพราะเป้าหมายของการ
จัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ไม่ได้เน้นที่ผลลัพธ์สุดท้ายคือคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว แต่เพื่อเป็นการส่งเสริม
แนวทางการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน การใช้ปัญหาปลายเปิดกับนักเรียนจะช่วยให้เด็กเกิด
แนวคิดที่หลากหลาย จารุวรรณ สอนแปง และเจนสมุทร แสงพันธ์ (2560) อ้างถึงใน กิตติศักดิ์ ใจอ่อน และกตัญญูตา บางโท
(2563)

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. จากผลการวิจัย พบว่า การจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดนักเรียนมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นทุกคาบ
แต่มีแนวคิดที่เกิดขึ้นนั้นไม่ครบทุกประเภท ดังนั้น ผู้วิจัยควรนำแนวคิดคณิตศาสตร์ ทั้ง 9 แนวคิด มาเป็นแนวทางในการ
ออกแบบแผนจัดการเรียนการสอน เพื่อให้เด็กเกิดแนวคิดที่หลากหลาย

2. ผู้วิจัยควรเลือกใช้และศึกษาเทคโนโลยีที่ใช้ในการเก็บข้อมูลในชั้นเรียนให้เหมาะสมกับบริบท เพื่อจะให้ได้
แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ครบถ้วนตามที่เกิดขึ้นจริงในห้องเรียน เนื่องจากในงานวิเคราะห์ในบางแนวคิดเกิดขึ้นจริงในชั้นเรียน
แต่ไม่มีหลักฐานที่ยืนยันว่ามีสิ่งที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.*

2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่ง
ประเทศไทย จำกัด.

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน. (2563). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ โดยใช้การศึกษาขั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด.

วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี, 31(1), 28-37.

จตุพร นาสินสร้อย. (2558). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การคูณ ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาขั้นเรียนและวิธีการ
แบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*, 38(3), 133-142.

- วัชรา เล่าเรียนดี. (2554). รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด. โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) คณิตศาสตร์ประถมศึกษา. กรุงเทพฯ.
- สุลัดดา ลอยฟ้า, และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *KKU journal of Mathematics Education*, 1(1), 18-28.
- Changsri, N. (2015). First Grade Students' Mathematical Ideas of Addition in the context of Lesson Study and Open Approach . *Interpreting children representations of whole number additive relations in the early grades.*, pp. 60-67.
- Inprasitha, M. (2010). *One feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing learning unit.* Proceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education, (pp. 193-206). Gyeongju: Dongkook University.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking how to develop it in the classroom.* Singapore: World Scientific.
- Woranetsudathip, N. (2015). Enhancing Grade 1 Thai Students' Learning about Mathematical Ideas on Addition Through Lesson Study and Open Approach. *Mediterranean Journal of Social Sciences MCSER Publishing, Rome-Italy*, 6(2 S1), 28.