

ปัจจัยที่มีผลต่อความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น
Factors Effecting Difficulties in Learning Mathematics of Students
in Primary and Upper Secondary Education Level

พรทิพย์ โรจน์ศิริพิศาล*
Pontip Rojsiraphisal*

*อาจารย์สาขาหลักสูตรการสอนและการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

*Lecturer Curriculum Teaching and Learning Faculty of Education, Chiang Mai University

*Corresponding author, e-mail: pontip.r@cmu.ac.th

(Received: March 20, 2024; Revised: June 13, 2024; Accepted: June 29, 2024)

บทคัดย่อ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญ แต่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ใช่เรื่องง่ายสำหรับทุกคนโดยธรรมชาติแล้ว คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ประกอบไปด้วยสัญลักษณ์และมีความเป็นนามธรรมสูง การเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงต้องอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วยในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักเรียนบางส่วนประสบความยุ่งยากในการเรียนคณิตศาสตร์และไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ จึงเกิดคำถามว่าความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดมาจากปัจจัยใดบ้างจากการได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายปัจจัย ได้แก่ ตัวเนื้อหาคณิตศาสตร์เองที่เป็นนามธรรมทำให้ยากต่อการสร้างความเข้าใจ การนำเสนอเนื้อหาที่ไม่สอดคล้องกับพัฒนาการเรียนรู้ในแต่ละช่วงวัย และการที่นักเรียนขาดการฝึกฝนและฝึกหัด

คำสำคัญ : การเรียนรู้คณิตศาสตร์, พัฒนาการการเรียนรู้, ความยุ่งยาก, เชาวปัญญา

Abstract

Mathematics is an important subject but learning mathematics is not easy for everyone. Mathematics, by nature, is the subject of symbols and have high abstraction. Learning mathematics needs to have concreteness in developing mathematics understanding. Some students have difficulties in learning mathematics and cannot solve math problems. What factors effecting difficulties in learning mathematics From studying selected articles, it showed that factors effecting difficulties in learning mathematics is the nature of mathematics itself, which is abstract. The way the content is presented was not consistent with child development, and a lack of practice.

Keywords : Learning Mathematics, Cognitive Development, Difficulties, Intelligence

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อมนุษย์เพราะในชีวิตประจำวันของเรามักจะเกี่ยวข้องกับการนับและการคำนวณประเภทต่างๆ เช่น การคำนวณค่าใช้จ่าย การคำนวณภาษี และการคำนวณดอกเบี้ย นอกจากนี้ความรู้คณิตศาสตร์ยังนำไปประยุกต์ใช้ในหลากหลายสาขาวิชา เช่น ฟิสิกส์ เคมี เศรษฐศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับจำนวน ตัวแปร รูปร่าง รูปทรง โอกาส และการคาดคะเน และเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะเป็นนามธรรม (Mitchelmore and White, 2004) ด้วยเหตุนี้การทำความเข้าใจคณิตศาสตร์จึงเป็นเรื่องค่อนข้างยาก และทำให้นักเรียนบางส่วนประสบความยุ่งยากในการเรียนคณิตศาสตร์ (Arenillo and Arenillo, 2013) เช่น นักเรียนไม่สามารถบวกลบคูณหารได้ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการได้ หรือนักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เป็นต้น จึงเกิดคำถามว่าความยุ่งยากในการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากสาเหตุใดบ้าง

ด้วยเหตุดังกล่าวข้างต้น ผู้เขียนจึงสนใจที่จะนำเสนอปัจจัยที่มีผลความยุ่งยากในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น และเนื่องจากเนื้อหาคณิตศาสตร์มีหลายสาขา ผู้เขียนจะได้นำเสนอเฉพาะเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพียงเท่านั้น

กรอบแนวคิด

ในบทความนี้จะใช้แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้จากทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ (Thorndike) พัฒนาการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner) และพัฒนาการเชาวนปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) เป็นกรอบในการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Thorndike เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันผู้ศึกษาทฤษฎีการเชื่อมโยง เน้นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Stimulus - Response Connections) Thorndike กล่าวว่า การเรียนรู้จะประสบผลสำเร็จถ้าผลที่เกิดจากการเรียนรู้เป็นที่น่าพอใจ แต่ถ้าผลที่เกิดจากการเรียนรู้ไม่เป็นที่พอใจ การกระทำนั้นก็จะลดลง

ทฤษฎีของ Thorndike (ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2551 ; มาลินี จุฑารพ, 2539 ; Islam, 2015) เน้นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง การเรียนรู้จะประสบผลสำเร็จถ้าผลที่เกิดจากการเรียนรู้เป็นที่น่าพอใจ แต่ถ้าผลที่เกิดจากการเรียนรู้ไม่เป็นที่พอใจ การกระทำนั้นก็จะลดลง หลักเบื้องต้นของทฤษฎีการเชื่อมโยงนี้มีอยู่ว่า การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง โดยแสดงในรูปแบบต่างๆ จนกว่าจะเป็นที่น่าพอใจ ซึ่งเรียกว่าการลองผิดลองถูก (Trial and Error)

Thorndike ได้สรุปกฎการเรียนรู้ไว้สามข้อที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้แก่ กฎของการฝึกหัด (The Law of Exercise) ที่กล่าวว่า ถ้าได้รับการฝึกฝนบ่อยๆ การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองนั้นก็จะเป็นที่เหนียวแน่นขึ้น ความรู้ก็จะคงทน แต่ไม่ได้รับการฝึกฝนเป็นระยะเวลานาน การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองนั้นก็จะเป็นที่อ่อนลงและอาจเกิดการลืม ดังนั้นครูควรให้นักเรียนฝึกหัดในสิ่งที่ได้เรียนรู้บ่อยๆ เพื่อสร้างความแน่นให้กับความรู้

กฎของผลที่จะได้รับ (The Law of Effect) กล่าวว่า ถ้าคนหรือสัตว์ได้รับความพึงพอใจจากการกระทำนั้นๆ คนหรือสัตว์ก็จะทำพฤติกรรมนั้นซ้ำอีก ส่วนการกระทำใดถ้าผลที่ได้รับไม่เป็นที่น่าพอใจ คนหรือสัตว์จะเลิกทำพฤติกรรมนั้นซ้ำอีก ดังนั้นครูอาจจะให้การเสริมแรงจากผลการกระทำของนักเรียน ซึ่งน่าจะเป็นการเสริมแรงทางบวก หรือการเสริมแรงที่นักเรียนพึงพอใจ เช่น การชม การให้รางวัล เป็นต้น

กฎของความพร้อม (The Law of Readiness) กล่าวว่า ถ้าหากเรามีความพร้อมที่จะเรียนก็จะทำให้พอใจที่จะเรียน และมีผลทำให้การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนองนั้นเหนียวแน่นขึ้น ดังนั้นการเรียนรู้จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพพร้อมที่จะเรียน หรือพร้อมที่จะทำกิจกรรม ครูควรเตรียมนักเรียนให้พร้อมก่อนที่จะเรียนในเรื่องต่างๆ

จากกฎการเรียนรู้ของ Thorndike ทั้งสามข้อ ครูควรให้นักเรียนได้ฝึกหัดในสิ่งที่ได้เรียนรู้บ่อยๆ เพื่อสร้างคงทนให้กับความรู้ และให้การเสริมแรงจากการฝึกหัด และการเรียนรู้จะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพพร้อมที่จะเรียน

อีกหนึ่งแนวคิดทางการเรียนรู้ที่จะกล่าวถึงได้แก่ แนวคิดของ Piaget ที่กล่าวว่า เด็กคือผู้ที่พยายามสำรวจสิ่งแวดล้อมรอบๆ ตนเอง ทั้งที่เป็นวัตถุสิ่งของและที่เป็นบุคคล เมื่อเด็กได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบข้าง เด็กจะเกิดความคิดเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ เป็นรูปธรรม และมีพัฒนาการต่อไปเรื่อยๆ จนสามารถคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ เป็นนามธรรมได้ (พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา, 2542 ; อัมพร ม้าคนอง, 2546 ; English and Halford, 1995) พัฒนาการทางเขาวนปัญญาของมนุษย์ตามแนวคิดของ Piaget จะเป็นไปตามขั้นตอน 4 ขั้นตอนคือ Sensori-motor (0 - 2 ปี) เด็กในวัยนี้ จะรับรู้ในสิ่งที่สามารถเคลื่อนไหว และจับต้องได้ เด็กวัยนี้ แสดงออกว่ามีความรู้ด้วยการกระทำ Preoperations (2 - 7 ปี) เด็กวัยนี้เริ่มมีพัฒนาการทางด้านภาษา เริ่มพูดเป็นประโยคและเรียนรู้คำต่างๆ เพิ่มขึ้น รู้จักคิดในใจแต่ยังไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง เด็กในวัยนี้ยังไม่เข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากันแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่าง แปรสภาพ หรือเปลี่ยนที่วางควรจะยังคงเท่ากัน เด็กในวัยนี้ไม่สามารถที่จะเปรียบเทียบสิ่งของมากและน้อย ยาวและสั้น ได้อย่างแท้จริง

Concrete Operations (7 - 11 ปี) เด็กในวัยนี้สามารถสร้างกฎเกณฑ์ สามารถเข้าใจเหตุผล เข้าใจการเปรียบเทียบ และสามารถคิดกลับไปได้ (Reversibility) เด็กในวัยนี้เข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขมากขึ้น ใช้สมมติอย่างมีเหตุผล แต่กระบวนการคิดและการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาต้องอาศัยสิ่งที่ เป็นรูปธรรม Formal Operations (11 ปีขึ้นไป) เด็กในวัยนี้เริ่มคิดเป็นผู้ใหญ่ สามารถหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถตั้งสมมติฐาน สามารถคิดได้หลายมิติ และเข้าใจในสิ่งที่ เป็นนามธรรม เด็กจะเริ่มเข้าใจกฎเกณฑ์ทางสังคมได้ดีขึ้น สามารถใช้เหตุผลมาอธิบาย และแก้ไขปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นได้

จากแนวคิดพัฒนาการทางเขาวนปัญญาของ Piaget ข้างต้น จะเห็นได้ว่าพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากของผู้ใหญ่ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้นการจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากของผู้ใหญ่ เด็กที่มีอายุน้อยๆ จะเรียนได้ดีจากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม แต่นั่นก็ไม่ได้หมายความว่าเด็กโตไม่ต้องทำกิจกรรมหรือใช้สื่ออะไรเลย ครูสามารถนำกิจกรรมและสื่อรูปธรรมมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนโดยพิจารณาเลือกให้เหมาะสมตามพัฒนาการในแต่ละชั้น

Bruner เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกา ได้ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการโดยยึดขั้นพัฒนาการของ Piaget แต่ Bruner ไม่ได้คำนึงถึงอายุเป็นสำคัญ Bruner มีความเห็นว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์แบ่งได้สามระดับคือ Enactive Representation เป็นพัฒนาการในระดับที่เด็กแสดงออกทางสติปัญญาด้วยการกระทำ Iconic Representation พัฒนาการในระดับนี้ขึ้นอยู่กับ การมองเห็นและการใช้ประสาทสัมผัส เด็กจะถ่ายทอดประสบการณ์ต่างๆ ด้วยการนึกภาพแทนในใจ และเมื่อเด็กยิ่งโตขึ้นก็จะสร้างภาพในใจได้ดีขึ้น และระดับสุดท้ายได้แก่ Symbolic Representation ซึ่งเน้นการถ่ายทอดประสบการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยใช้สัญลักษณ์ทางภาษา ซึ่ง Bruner ถือว่าเป็นขั้นสูงสุดของพัฒนาการทางความรู้และความเข้าใจเนื่องจากภาษาเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความคิด ซึ่งเด็กจะสามารถคิดหาเหตุผล และเข้าใจสิ่งที่ เป็นนามธรรมตลอดจนสามารถแก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2546 ; Byrnes, 2001 ; English and Halford, 1995 ; Schunk, 2000)

Bruner มองว่าครูสามารถจัดประสบการณ์เพื่อช่วยให้เด็กเกิดความพร้อมได้โดยไม่ต้องรอให้เด็กมีความพร้อมตามวัย เขาเห็นว่าความพร้อมเป็นสิ่งที่สามารถกระตุ้นให้เกิดเร็วขึ้นได้ โดยก่อนจะทำการสอนครูเพียงแค่พิจารณาถึงพัฒนาการและความสามารถของเด็กว่าอยู่ในระดับใด และปรับเนื้อหาให้เหมาะสมกับเด็ก ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูควรปรับความยากง่ายของเนื้อหาให้เหมาะสมกับขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

จากกรอบแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ข้างต้นจะเห็นได้ว่า การเรียนรู้ไม่ควรเริ่มจากการให้ผู้เรียนได้ลงมือทำ ได้สัมผัส ได้เห็นสิ่งที่ เป็นรูปธรรม และเพิ่มความเป็นนามธรรมขึ้นตามขั้นตอนพัฒนาการการเรียนรู้ในแต่ละช่วงวัยตามทฤษฎีของ Piaget และ Bruner นอกจากนี้การเรียนรู้จะคงทนเมื่อผู้เรียนได้รับการฝึกหัดบ่อยๆ และได้รับการเสริมแรงที่เหมาะสมตามทฤษฎีของ Thorndike โดยทั้งสามทฤษฎีได้กล่าวถึงความสำคัญของความพร้อมในการเรียนรู้ว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ดีที่สุดเมื่อผู้เรียนพร้อมที่จะเรียน

ความหมายของคณิตศาสตร์

นักคณิตศาสตร์นามว่า คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นราชินีแห่งวิทยาศาสตร์ มีบุคคลได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้มากหลาย แต่อย่างไรก็ตามไม่ปรากฏคำนิยามที่ตายตัวสำหรับคำว่า คณิตศาสตร์ หากค้นใน Wikipedia (2024) จะพบว่า คณิตศาสตร์หมายถึงความรู้ที่เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ สูตรและโครงสร้างที่สัมพันธ์กัน และเกี่ยวข้องกับรูปทรงที่เปลี่ยนแปลงตามปริภูมิที่เปลี่ยนไป เนื้อหาคณิตศาสตร์สมัยใหม่จะเกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต และการวิเคราะห์

นักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ไม่สนใจในการนิยามหรือการให้ความหมายของคำว่าคณิตศาสตร์มากนัก เพราะแต่ละท่านมีการให้ความหมายที่แตกต่างกัน โดยทั่วไป คณิตศาสตร์หมายถึงการศึกษาทางวิทยาศาสตร์ที่เกี่ยวกับจำนวน ความสัมพันธ์ของจำนวน การดำเนินการบนจำนวน การวัดที่ใช้จำนวนและสัญลักษณ์ (Yadav, 2014)

Yadav (2014) ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นการศึกษาเกี่ยวกับข้อสันนิษฐาน สมบัติและการประยุกต์ของข้อสันนิษฐานนั้น

ในปัจจุบันเรามักจะเห็นการนิยามคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เป็นนามธรรมเกี่ยวข้องกับจำนวน สมบัติต่างๆ และความสัมพันธ์ โดยในบทความนี้จะกล่าวถึง คณิตศาสตร์ว่าเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับจำนวน ความสัมพันธ์ของจำนวน แบบรูป รูปทรง พื้นที่ และการวัด โดยเนื้อหาจะมีความเชื่อมโยงกัน สามารถสร้างความสัมพันธ์ออกมาในรูปของสูตรโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะเป็นนามธรรม สามารถแสดงแทนได้ด้วยภาพ หรือสิ่งจำลอง

ส่วนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนจะเกี่ยวกับจำนวน การดำเนินการ เรขาคณิต พีชคณิต ความสัมพันธ์ และแบบรูป โดยความเป็นนามธรรมจะเพิ่มขึ้นตามระดับชั้น

ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีความสำคัญมาตั้งแต่ยุคโบราณ ประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์แสดงให้เห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เราเรียนรู้ในปัจจุบันได้มาจากการแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันเกือบทั้งสิ้น (Acharya, 2017)

คณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่สำคัญสำหรับมนุษย์เพราะในชีวิตประจำวันเราใช้คณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา เช่น การบอกเวลา การวัด การประมาณค่า การซื้อขาย การหาระยะทาง คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่อการเรียนรู้วิชาอื่นๆ และการทำงานในด้านต่างๆ เช่น การบัญชี การก่อสร้าง การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เป็นต้น (Ramya, Mani & Karpagam, 2023)

นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีส่วนช่วยในการพัฒนาสมองในส่วนของการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการคิดวิเคราะห์ และคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญในการคาดการณ์เหตุการณ์ต่างๆ ช่วยในการทำอาหาร ชั่งตวง วัด และยังช่วยในการทำงาน (Ranch, 2022)

ในปัจจุบันคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมากในการศึกษาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มีความสำคัญในการช่วยสร้างสรรค์นวัตกรรมใหม่ เช่น การพัฒนาระบบขนส่ง การออกแบบเครื่องมือทางการแพทย์ที่ทันสมัย การพัฒนาการทำนายสภาพดินฟ้าอากาศที่แม่นยำขึ้น หรือ การพัฒนาระบบพลังงานที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม (Cambridge, 2023)

กล่าวโดยสรุป คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตประจำวันพื้นฐานของมนุษย์ และยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและในสาขาอื่นๆ ดังนั้น การมีความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญ ดังที่กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ศาสตร์อื่น ๆ ดังนั้นการพัฒนาความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างเจริญก้าวหน้าในศตวรรษนี้

ปัจจัยที่มีต่อความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ก่อนอื่นเรามาดูกันก่อนว่านักเรียนควรรู้อะไรบ้างจากการเรียนคณิตศาสตร์ จากการสืบค้นเอกสารที่เกี่ยวข้อง (Byrnes, 2001) สรุปได้ว่านักเรียนควรรู้ในเรื่องต่อไปนี้

1. นักเรียนควรรู้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีความหมาย เป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายชัดเจน เป็นวิชาที่สามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาได้ทั้งในชีวิตจริงและในอาชีพ

2. นักเรียนควรมีความรู้ที่จำเป็นสามลักษณะคือ Declarative Knowledge คือ การรู้ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ Procedural Knowledge คือ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กระทำเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย และ Conceptual Knowledge คือ การเข้าใจว่าทำไมข้อเท็จจริงถึงเป็นจริง (เช่น ทำไม $3 \times 3 = 9$) หรือทำไมกระบวนการนั้นต้องทำแบบนั้นไม่เป็นแบบอื่น

3. นักเรียนควรมีทักษะในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา

ความรู้ที่กล่าวไว้ข้างต้นจะพัฒนาตามวัยที่เหมาะสมเหมือนกับ Piaget ได้กล่าวไว้ และจะสามารถพัฒนาได้ตามความพร้อมดังที่ Bruner ได้กล่าวไว้ และความรู้จะคงทนเมื่อได้รับการฝึกฝนดังที่ Thorndike ได้กล่าวไว้ ซึ่งในบทความนี้จะกล่าวถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาและในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยจะกล่าวถึงเนื้อหาในสาระจำนวนและพีชคณิตเพียงเท่านั้น

ระดับประถมศึกษา

ในระดับประถมศึกษานักเรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับการนับ การบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนนับและศูนย์ (Whole numbers) และได้เรียนรู้เกี่ยวกับเศษส่วน ทศนิยม อัตราส่วนและร้อยละ

เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่า ในระดับประถมศึกษา การสอนการบวกเลขหลักเดียวและผลบวกไม่เกินสิบ มักจะเริ่มจากประโยคสัญลักษณ์ เช่น $4 + 2 = ?$ ถึงแม้ว่าสัญลักษณ์แบบนี้ดูจะง่ายสำหรับผู้ใหญ่ แต่ก็กลายเป็นปัญหาที่ท้าทายนักเรียนชั้นประถมศึกษา ที่เป็นเช่นนั้นอาจจะมาจากสองสาเหตุคือนักเรียนอาจจะยังไม่คุ้นเคยกับสัญลักษณ์เหล่านั้น การที่นักเรียนจะหาผลบวกดังกล่าวได้ นักเรียนจะต้องเข้าใจความหมายของ "4", "2", "+", "?", และ "=" ถ้าหากว่าเขายังไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆ การบวกเลขที่เหมือนจะง่ายก็กลายเป็นสิ่งที่ยากสำหรับนักเรียน

1. ถึงแม้ว่าครูจะแปลความหมายของ $4 + 2$ ให้ แต่นักเรียนก็ไม่สามารถที่จะหาคำตอบได้ ซึ่งครูก็ต้องสอนให้นักเรียนนับรวม (Counting all) หรือนับเพิ่ม (Counting on) ซึ่งในห้องเรียนทั่วไป เราก็จะเจอการเรียนการสอนแบบนี้ คือ ครูให้เรียนการบวกเลขก่อน แล้วตามด้วยโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการบวก นั่นคือสองสาเหตุที่อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถบวกเลขที่ง่ายๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับพัฒนาการของ Bruner ที่กล่าวว่า การที่เด็กจะเรียนรู้ได้นั้นควรพัฒนาผ่านการสัมผัส ผ่านรูปภาพหรือสถานการณ์ แล้วจึงพัฒนาไปเป็นการใช้สัญลักษณ์

นักวิจัยได้เสนอว่าการให้นักเรียนเห็นโจทย์คณิตศาสตร์ในรูปสัญลักษณ์ก่อน แล้วค่อยมาแก้ด้วยโจทย์ปัญหา อาจจะเป็นวิธีการที่ไม่ค่อยจะเหมาะสมสำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษาด้วยเหตุผลดังนี้

1. กระบวนการในการบวกเลขแบบข้างต้น อาศัยกระบวนการนับ ซึ่งกระบวนการนับเป็นความรู้ด้านกระบวนการที่นักเรียนมีกับตัวมาตั้งแต่ก่อนวัยเรียน (Beck and Clarke, 2023) ดังนั้นนักเรียนจะคุ้นกับสิ่งที่เป็นนามธรรมมากกว่าสัญลักษณ์ ดังนั้นครูควรจะนำเสนอโจทย์การบวกในรูปแบบที่เป็นสถานการณ์ปัญหามากกว่าในรูปที่เป็นสัญลักษณ์

2. มีงานวิจัยแสดงให้เห็นว่า การที่นักเรียนข้ามไปใช้สัญลักษณ์ก่อนจะเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์เหล่านั้น (เช่น "2" แทนวัตถุสองชิ้น) เป็นการที่นักเรียนเรียนกระบวนการก่อนที่จะเข้าใจความคิดรวบยอด (Hiebert, 1987 ; Resnick, 1987) ดังนั้น ครูควรเริ่มสอนโดยใช้สถานการณ์ปัญหาก่อน แล้วจึงค่อยเสริมการใช้สัญลักษณ์ให้กับนักเรียน โดยใช้อุปกรณ์ช่วยนับต่างๆ เช่น ตัวนับ เป็นต้น

ที่กล่าวมาข้างต้น เป็นกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนที่เราพบได้ทั่วไป ซึ่งเน้นให้นักเรียนเรียนการบวกก่อนที่พวกเขาจะเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ต่างๆ ทางเลือกใหม่ที่นักวิจัยนำเสนอในการสอนการบวกและการลบคือการให้นักเรียนได้เจอกับสถานการณ์ปัญหาและได้ลงมือทำก่อนที่จะเรียนในรูปสัญลักษณ์ (Hiebert, 1987) ซึ่งสอดคล้องกับพัฒนาการของ Bruner ที่กล่าวว่า การที่เด็กจะเรียนรู้ได้นั้นควรพัฒนาผ่านการสัมผัส สถานการณ์ และจึงไปเป็นการใช้สัญลักษณ์

นอกจากนี้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหาอาจจะมาจากปัจจัยดังนี้

1. ในการที่จะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นักเรียนจะต้องสร้าง Situation Model ที่เหมาะสม Leiss and Schukajlow and Blum and Messner and Pekrun (2010) (Situation Model คือ การสร้างภาพจินตนาการของสิ่งที่กล่าวไว้ในเนื้อเรื่องที่ได้อ่าน) ถ้าเขาไม่สามารถสร้าง Situation model ที่ถูกต้องเขาจะไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ถึงแม้จะทำได้แต่อาจจะไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่ยากในการสร้าง Situation model มาจากการวางตำแหน่งของตัวไม่ทราบค่าในโจทย์ปัญหา การวางตำแหน่งของตัวไม่ทราบค่าจะมีอยู่สามลักษณะ (Turrou and Franke, 2023) ได้แก่

ลักษณะที่ 1: วางไว้ตรงส่วนแรกของโจทย์ (Start Unknown) เช่น ชาลินีมีลูกอมอยู่จำนวนหนึ่ง กินไปแล้ว 3 เม็ด คงเหลือลูกอม 5 เม็ด อยากทราบว่าในตอนแรกชาลินีมีลูกอมกี่เม็ด

ลักษณะที่ 2: วางไว้ในส่วนที่เปลี่ยนแปลงของโจทย์ (Change Unknown) เช่น ชาลินีมีลูกอม 5 เม็ด เพื่อนให้ลูกอมมาอีกจำนวนหนึ่ง ซึ่งทำให้ชาลินีมีลูกอม 8 เม็ด อยากทราบว่าเพื่อนให้ลูกอมมากี่เม็ด

ลักษณะที่ 3: วางไว้ในส่วนที่เป็นคำถาม (Total Unknown) เช่น ชาลินีมีลูกอม 3 เม็ด เพื่อมีลูกอม 5 เม็ด ทั้งสองคนมีลูกอมรวมกันกี่เม็ด

จากลักษณะการวางตำแหน่งของตัวไม่ทราบค่านี้ การแก้โจทย์ปัญหาในลักษณะที่ 1 และ 2 จะยากสำหรับนักเรียนในระดับประถมมากกว่าในลักษณะที่ 3 ซึ่งอาจจะมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจในการสร้างรูปแบบของ ส่วน-ส่วน-รวม ของจำนวน (Part - Part - Whole Schema of Numbers, p-p-w schema) Resnick (1983). ถ้านักเรียนมีความเข้าใจใน p-p-w schema เขาก็จะเข้าใจว่า จำนวนๆ หนึ่งประกอบไปด้วยการรวมกันของจำนวนอื่นๆ (Sophian and Vong, 1995)

ก่อนที่นักเรียนจะมี p-p-w schema เขาจะเข้าใจแค่เลข 3 เป็นความคิดรวบยอดของจำนวนนับที่อยู่ระหว่าง 2 และ 4 หลังจากที่มี p - p - w schema เริ่มพัฒนา นักเรียนจะเห็นว่าเลข 3 เป็นการรวมกันระหว่างจำนวนสองคู่ดังนี้ 0 และ 3, 1 และ 2, 2 และ 1 จากนั้นก็จะพัฒนาไปสู่การบวก เช่น 3 ได้มาจาก 1 + 2 การลบก็จะเป็นการเอาออกจากส่วนใหญ่ เช่น 3 - 2 = 1 และสุดท้ายนักเรียนก็จะมองเห็นว่า การบวกและการลบเป็นการดำเนินการที่กลับกัน (Inverse Operations) เช่น 3 - 2 = 1 เป็นการดำเนินการกลับกันของ 1 + 2 = 3 (Cheng, 2012)

นักเรียนที่ขาด p-p-w schema จะไม่สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของ 3 + 1 = 4 และ 1 + 3 = 4 นักเรียนที่ขาด p-p-w schema มักจะประสบความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีตัวไม่ทราบค่าในลักษณะที่ 1 หรือ 2

นักเรียนที่มี p-p-w schema จะไม่ค่อยมีปัญหาตรงนี้ เพราะว่าตัวที่ไม่ทราบค่าก็คือตัวที่หายไปของจำนวนใหญ่นั้นเอง ซึ่งตามพัฒนาการของ Piaget ที่ว่านักเรียนในช่วงอายุ 7-11 ปี สามารถสร้างความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ได้ดังนั้นครูสามารถนำเสนอโครงสร้างต่างๆ เหล่านี้ให้นักเรียนแทนที่จะให้นักเรียนจำค่าสำคัญต่างๆ ที่อยู่ในโจทย์ เพราะถ้าหากนักเรียนจำว่ามากกว่า คือการนำไปบวก นักเรียนก็จะทำโจทย์ต่อไปนี้ผิด มีนกแก้วอยู่ 6 ตัว มีนกแก้วมากกว่านกเขา 2 ตัว มีนกเขากี่ตัว นักเรียนก็จะตอบ 8 แทนที่จะตอบ 4

2. นอกจากการสร้าง Situation model ที่ถูกต้องแล้ว สิ่งที่นักเรียนควรมีในการแก้โจทย์ปัญหาคือการเข้าใจในสิ่งที่โจทย์ถาม เช่น คำถามที่ว่า “ชาลินีมีลูกอมมากกว่าเพื่อนกี่ลูก” ความหมายของคำถามก็คือว่า ให้นักเรียนเปรียบเทียบปริมาณลูก

อมของมานี้และของเพื่อนนั่นเอง ซึ่งการเข้าใจปัญหาเป็นขั้นตอนแรกในการทำความเข้าใจปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1945)

นักเรียนส่วนใหญ่จะมีปัญหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นการเปรียบเทียบ (Compare Problems) เพราะความจำกัดในด้านของภาษาและเนื้อหา เช่น ตัวภาษาที่ใช้ไม่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการที่จะใช้ เช่น “มากกว่า” แต่ต้องเอาไปลบ (เช่น “ซาลินีมีลูกอม 8 เม็ด เพื่อนมีลูกอม 5 เม็ด ซาลินีมีลูกอมมากกว่าเพื่อนกี่เม็ด”) งานวิจัยของ Lewis and Mayer (1987) แสดงให้เห็นว่า เรื่องของภาษาที่ไม่สัมพันธ์กันนี้ไม่ใช่ปัญหาเฉพาะกับนักเรียนในระดับประถมศึกษา แม้แต่ผู้ใหญ่ก็มีความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีการเปรียบเทียบเช่นกัน

จากทั้งสองประเด็นที่กล่าวข้างต้น จะเห็นว่าปัจจัยที่มีผลต่อความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหาของเด็กในระดับประถมศึกษาขึ้นอยู่กับ การสร้าง Situation model และการเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไรหรือต้องการอะไร ถ้าเด็กสามารถพัฒนากระบวนการทั้งสองอย่างนี้ได้ เด็กจะสามารถเลือกการดำเนินการได้ จะทำการบวกหรือการลบ ถ้าหากเด็กได้รับการฝึกฝนบ่อยๆ เด็กก็จะเกิดความชำนาญและเกิดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาในรูปแบบต่างๆ ตามที่ Thorndike ได้กล่าวว่าการฝึกฝนและฝึกหัดบ่อยๆ จะช่วยให้การเรียนรู้แข็งแกร่งขึ้น นอกจากนี้ความยุ่งยากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาคือ การขาดความรู้ Part-Part-Whole Schema of Numbers

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เมื่อเริ่มขึ้นชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ จากที่นักเรียนเรียนรู้ในชั้นประถมศึกษาว่า เลข “3” แทนวัตถุ 3 อย่าง หรือเป็นผลบวกของ เลข “2” และเลข “1” แต่พอมาถึงในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนจะได้เรียนรู้เพิ่มเติมว่า เลข “3” ยังสามารถแสดงถึงเศษส่วน $\frac{3}{1}$ หรือเป็นจำนวนตรงข้ามของ “-3”

การเรียนรู้เรื่องจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะอาจจะยากสำหรับนักเรียนในระดับนี้ทั้งในด้านความคิดรวบยอดและด้านกระบวนการ (Hiebert and Wearne, 1988) ยกตัวอย่างเช่นในเรื่องของเศษส่วน นักเรียนมักจะมีปัญหาเกี่ยวกับความคิดรวบยอดดังต่อไปนี้

1. นักเรียนไม่เข้าใจเรื่องความสัมพันธ์ของเศษส่วนที่แทนจำนวน เช่น นักเรียนมีปัญหาคือจะมองเห็นว่าสัญลักษณ์ $\frac{3}{5}$ แทนสิ่งที่เป็นรูปธรรมอะไรได้บ้าง

2. นักเรียนไม่เข้าใจในเรื่องของลำดับที่ เช่น เขาไม่เข้าใจว่าทำไม $\frac{1}{4}$ ถึงมีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{3}$

3. นักเรียนไม่เข้าใจในเรื่องของการเท่ากัน เช่น เขาไม่เข้าใจว่าทำไม $\frac{1}{2}$ ถึงมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{6}$

สำหรับในด้านกระบวนการ นักเรียนมักจะมีปัญหาเกี่ยวกับการใช้ตัวคูณร่วมน้อยในการบวกลบเศษส่วน และการกลับเศษให้เป็นส่วนสำหรับการหารนอกจากนั้นนักเรียนยังมีความยุ่งยากในเรื่องจำนวนเต็มและทศนิยม

งานวิจัยของ Moss and Case (1999) แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจค่าของศูนย์ในทศนิยม จึงไม่สามารถบอกได้ว่าทำไม “.30” จึงมีค่ามากกว่า “.047” เช่นเดียวกับงานวิจัยอีกชิ้นหนึ่งที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงจำนวนเต็มลบเข้ากับสิ่งที่เป็นนามธรรมและไม่สามารถที่จะมองเห็นว่าทำไม “-9” ถึงมีค่าน้อยกว่า “2” (Byrnes, 1992) นอกจากนี้ มีงานวิจัยชี้ให้เห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจว่าทำไมต้องทำจุดทศนิยมให้ตรงกันก่อนที่จะบวกหรือลบทศนิยม ไม่เข้าใจการหาคำตอบของโจทย์ เช่น “3 + 2” และ “-3 - -2” (Hiebert and Wearne, 1988)

สาเหตุที่นักเรียนมีความยุ่งยากในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะดังกล่าวข้างต้นอาจมีดังนี้

1. จำนวนตรรกยะกับจำนวนเต็ม มีความเป็นรูปธรรมมากกว่าจำนวนนับและศูนย์ เมื่อเราพูดถึงเลข “7” เราสามารถนึกถึงสิ่งของใดๆ 7 สิ่ง เงิน 7 บาท และอื่นๆ แต่ถ้าหากจะนึกภาพเกี่ยวกับ “-7” ก็คงเป็นเรื่องยาก ถ้าหากจะนึกว่าเป็นของเจ็ดสิ่งที่มีอยู่ในน้ำ ก็คงดูแปลกๆ

2. ความรู้ที่เป็นความคิดรวบยอดและความรู้ที่เป็นกระบวนการในเรื่องจำนวนตรรกยะและจำนวนเต็มแตกต่างจากความรู้ในเรื่องจำนวนนับและศูนย์มาก เช่นวิธีที่จะบวก $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ” ก็ไม่คล้ายกับวิธีที่จะบวก “3 + 4” ดังนั้นจึงไม่ใช่เรื่องง่ายที่

นักเรียนจะดูดซึมความรู้เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะและจำนวนเต็มกับความรู้เดิมที่เขาได้อยู่

Piaget อธิบายว่านักเรียนอาจจะไม่สนใจกับความรู้ใหม่นี้ หรือนักเรียนอาจจะสนใจแต่เขาทำให้ความรู้ใหม่ที่ได้รับบิดเบือนไปจากความจริงเพื่อการปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับความรู้เดิม ตัวอย่างเช่นในเรื่องของเศษส่วน นักเรียนจะบิดเบือนความรู้ดังนี้

ในด้านความคิดรวบยอด นักเรียนที่บิดเบือนความรู้ใหม่ จะต้องการให้ “ $\frac{1}{3}$ น้อยกว่า $\frac{1}{5}$ ” เพราะว่า “3” น้อยกว่า “5”

ในด้านกระบวนการ นักเรียนคนเดิมนี้อาจจะบวกเศษกับเศษ และส่วนกับส่วนเข้าด้วยกัน (เช่น “ $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2}{8}$ ”) เพราะว่าเขาพยายามที่จะปรับให้เข้ากับการบวกจำนวนนับและศูนย์

3. โดยทั่วไป ครูจะให้เวลาน้อยกับการสอนความคิดรวบยอดที่อยู่เบื้องหลังกระบวนการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนตรรกยะและจำนวนเต็ม (Byrnes, 1992; Hiebert and Behr, 1988) ซึ่งงานวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษาได้เสนอว่านักเรียนที่ขาดความคิดรวบยอดมักจะเกิดข้อผิดพลาดในการคำนวณบ่อยๆ เพื่อเป็นการสนับสนุนข้อคิดเห็นนี้ Byrnes (1992) และ Hecht (1998) ทำการวิจัยและพบว่า นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดในเรื่องจำนวนตรรกยะและจำนวนเต็มก่อนที่จะเรียนกระบวนการดำเนินการจะสามารถเรียนรู้วิธีการบวกและลบได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่มีความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น

บทสรุป

จากการสืบค้นเอกสารต่างๆ ที่เกี่ยวข้องพบว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีดังนี้

1. คณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยเนื้อหาที่เป็นนามธรรม จึงทำให้นักเรียนบางส่วนเกิดความยุ่งยากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาคณิตศาสตร์บางเนื้อหามีความเป็นนามธรรมที่ยากต่อการอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ครูควรเริ่มต้นจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ให้นักเรียนได้สัมผัส ลงมือทำ แล้วจึงค่อยๆ นำเข้าสู่ความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม ซึ่งสอดคล้องตามขั้นตอนของการเรียนรู้ตามที่ Bruner ได้เสนอไว้ว่า การเรียนรู้ของมนุษย์จะเริ่มจากสิ่งที่เราได้ลงมือทำ ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรเริ่มจากการให้นักเรียนได้สัมผัส จับต้อง ได้ลงมือทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อให้เขาได้ทำความเข้าใจจากการลงมือทำมากกว่าการฟังคำอธิบายจากครูเพียงอย่างเดียว โดยครูอาจจะเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียนในวัยต่างๆ เช่น Task Based Learning เป็นต้น

2. การสอนคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสมกับช่วงวัย จากการสังเกตในชั้นเรียนและจากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่าครูมักจะนำเสนอสัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนก่อนที่นักเรียนจะเข้าใจในความคิดรวบยอด ซึ่งถ้ามองตามพัฒนาการทางเขาวนปัญญาของ Piaget แล้ว คนเราจะเริ่มเรียนรู้จากสิ่งที่สัมผัส จับต้องได้ แล้วจึงเริ่มพัฒนาความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรมตามวัยที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรคำนึงว่ากำลังสอนนักเรียนในวัยไหน ทำความเข้าใจการเรียนรู้ใน

แต่ละช่วงวัย เตรียมสื่อการสอนให้เหมาะกับช่วงวัย โดยเฉพาะการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนในชั้นประถมศึกษา ครูควรเตรียมสื่อการสอนในรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นรูปภาพ สิ่งของ สิ่งจำลอง เกม หรือสถานการณ์ต่างๆ ให้นักเรียนได้สัมผัส ลงมือทำ เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ต่อไป

3. การขาดการฝึกฝนและฝึกหัด จากกฎการเรียนรู้ของ Thorndike ที่กล่าวว่าคนที่คนเราได้รับการฝึกฝนและฝึกหัดบ่อยๆ จะช่วยให้เรานำความรู้ที่ได้เรียนไปแล้วไปใช้ และถ้าใช้บ่อยๆ ความรู้ก็จะคงทน ดังนั้นในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ดึงความรู้ที่เรียนไปมาใช้บ่อยๆ โดยครูสามารถหอยยให้นักเรียนได้ฝึกฝนโดยการทำให้แบบฝึกหัดวันละนิด ทำบ่อยๆ พร้อมทั้งให้การเสริมแรงแก่นักเรียน โดยเฉพาะการฝึกแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีหลายรูปแบบ ถ้าหากนักเรียนได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาย่อยๆ ก็จะช่วยทำให้เขาได้เห็นลักษณะของโจทย์ที่หลากหลายและสามารถเลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมได้

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรคำนึงถึงธรรมชาติของเนื้อหา และพัฒนาการของบุคคลในแต่ละช่วงวัย เน้นการฝึกฝนบ่อยๆ และควรเน้นให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นความคิดรวบยอดมากกว่าเน้นการจำลำดับกระบวนการในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- มาลินี จุฑะพรพ. (2539). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ทิพย์วิสุทธิ.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2551). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. (2542). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์พัฒนาการศึกษา.
- อัมพร ม้าคะนอง (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Acharya, B.R. (2017). Factors Affecting Difficulties in Learning Mathematics by Mathematics Learners. *International Journal of Elementary Education*, 6(2), 8-15.
- Arenillo , S. A. & Arenillo , M. T.. (2013). Academic Dimensions of Student Performance across Class Size. *IAMURE International Journal of Education*, 7(1), 5-26.
- Clarke, S., & Beck, J. (2023). Border disputes: Recent debates along the perception-Cognition border. *Philosophy Compass*, 18(10), 1-14.
- Byrnes, J.P. (2001). *Cognitive Development and Learning in Instructional Contexts*. 2nded. Boston: Allyn and Bacon.
- Byrnes, J.P. (1992). Categorizing and combining theories of cognitive development and learning. *Educational Psychology Review*, 4(3), 309-343.
- Cambridge (2023). *The Importance of Math in Science and Technology*. Retrieved May 11, 2024, from : <https://www.mathnasium.com/ca/math-centres/cambridge/news>.

- Cheng, Z. J. (2012). Teaching young children decomposition strategies to solve addition problems: An experimental study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 29–47.
- English, L.D. and Halford, G.S. (1995). *Mathematics Education: Models and Processes*. Lawrence Erlbaum Associates: New Jersey.
- Hecht, S. A. (1998). Toward an information-processing account of individual differences in fraction skills. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 545–559.
- Hiebert, J. (1987). Decimal Fractions. *The Arithmetic Teachers*, 34(7), 22-23.
- Hiebert, J. and Behr, M. (1988). *Review of Research in Education* 40(1), 497-528.
- Hiebert, J. and Wearne, D. (1988). Instruction and cognitive change in mathematics. *Educational Psychologist*, 23(2), 105–117.
- Islam, M.H (2015). Thorndike Theory and It's Application in Learning. At-Ta'lim. *Jurnal Pendidikan*, 1(1), 37-47.
- Leiss, D. S., Schukajlow S., Blum, W. , Messner, R., & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling-Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 119-141.
- Lewis, A. B. and Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 363-371.
- Mitchelmore, M. C. and White, P. (2004). Abstraction In Mathematics and Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal*. 19(2), 1-9.
- Moss, J. and Case, T. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122-147.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton and Oxford Princeton: University Press.
- Ramya, K., Mani, N., & Karpagam, K. (2023). A Study on Learning Mathematics and Its Impact on Society Especially in Education and Suggested Solutions. *European Chemical Bulletin Special Issue*. 12(5), 7148- 7156.
- Ranch, S. (2022). *5 Reasons Math is Important*. Retrived May 26, 2024, from : <https://www.mathnasium.com/math-centers/steinerranch/news>.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. Ginsburg (Ed.). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Resnick, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington DC: National Academy Press.
- Schunk, D. H. (2000). *Learning Theories: an educational perspective*. 3rd ed. New Jersey: Prentice-Hall.
- Sophian, C. and Vong, K. I. (1995). The parts and wholes of arithmetic story problems: Developing knowledge in preschool years. *Cognition and Instruction*, 13(3), 469-477.

- Turrou, A. C. and Franke, M. (2023). *Make Sense of Problem Types*. Retrived August 25, 2023, from : <https://prek-math-te.stanford.edu/operations/making-sense-problem-types#1>.
- Wikipedia. (2024). *Mathematics*. Retrived May 22, 2024, from : <https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics>.
- Yadav, D.K. (2017). Exact Definition of Mathematics. *International Research Journal of Mathematics, Engineering, and IT*, 4(1), 34-42.